

LECCIÓN INAUGURAL
CURSO 2010-II

La Estadística como instrumento de desarrollo de otras Ciencias

LUIS PARRAS GUIJOSA



UNIVERSIDAD DE JAÉN

LA ESTADÍSTICA COMO INSTRUMENTO DE
DESARROLLO DE OTRAS CIENCIAS

*Lección inaugural pronunciada por el
Dr. D. Luis Parras Guijosa,
Catedrático de Estadística e Investigación Operativa,
en el acto académico celebrado
el día 23 de septiembre de 2010,
con ocasión de la solemne apertura del curso,
presidida por el Rector Magnífico Prof. Dr.
D. Manuel Parras Rosa*

DR. D. LUIS PARRAS GUIJOSA

La Estadística como instrumento de desarrollo de otras Ciencias

2010



UNIVERSIDAD DE JAÉN

© Universidad de Jaén
© Luis Parras Guijosa

Publicaciones de la Universidad
Secretaría General
Universidad de Jaén

ISBN.
978-84-8439-473-0

Depósito Legal
J-1067-2010

Impreso por
Gráficas La Paz

Impreso en España

Printed in Spain

1. Estadística.....	11
2. Probabilidad.....	18
3. Estadística Matemática y Bioestadística	26
4. La Estadística, fundamento de la Ciencia actual	53
5. Panorama actual.....	59
6. Conclusiones	66
7. Bibliografía	69

*Magnífico Sr. Rector de la Universidad de Jaén,
Excmas. e Iltrmas. Autoridades,
Compañeras y compañeros,
Estudiantes,
Amigas y amigos,
Señoras y señores,*

Es para mí un gran honor encontrarme hoy aquí, ante ustedes, para impartir la lección inaugural del curso 2010-2011 que ahora se inicia.

Quiero agradecer al Rector y a su Equipo de Gobierno, que confiaran en mí para este cometido.

Desde que recibí el encargo por parte del Sr. Rector, hasta que pude plasmar por escrito las primeras ideas de lo que pensaba decir, transcurrió un intervalo de tiempo bastante grande, pero mucho más ha transcurrido hasta que he visto terminada la lección. Durante todo ese tiempo he estado preocupado por lo que debía contar, porque ello tendría que tener relación con la Estadística y la Bioestadística, porque quería que mi lección fuese amena y comprensible para todos y todas, y porque, al mismo tiempo, no quería desmerecer del resto de los compañeros que me han precedido en años anteriores.

Al final he optado por hacer un breve resumen del camino recorrido por la Estadística y la Probabilidad hasta coincidir en el tiempo y conformar, entre las dos disciplinas, una nueva y, como ésta es una de esas ocasiones en las que se sabe que el suceso es irrepetible, tendré que aprovechar la ocasión para no defraudar la confianza que se ha puesto en mi persona.

ESTADÍSTICA.

La palabra Estadística nos suele traer a la mente imágenes de números recopilados en grandes tablas con muchas cifras relativas a nacimientos, defunciones, impuestos, poblaciones, ingresos, deudas, créditos, etc. y, en ocasiones, también algunas representaciones gráficas, mas o menos llamativas.

Ésta es una de las principales acepciones que la palabra Estadística tiene en nuestra lengua. No ocurre así en otras lenguas, en las que existen palabras distintas para expresar las diferentes acepciones.

No es lo mismo la Estadística como conjunto de datos reunidos según ciertos criterios, que a veces se les denominan estadísticas, que la interpretación que se pueda hacer de ellos, utilizando determinados métodos y técnicas estadísticas.

Para mayor confusión, el término estadístico, en singular y en masculino, puede referirse a una medida derivada de una muestra o a un profesional de esta ciencia.

La Estadística es mucho más que sólo números apilados y gráficas bonitas. Es una disciplina con tanta antigüedad como la escritura, y es auxiliar de todas las demás Ciencias. Su objetivo es reunir información, tanto cuantitativa como cualitativa, relativa a individuos, grupos, series de hechos, etc. y deducir de ella, gracias a su análisis, unos significados precisos o unas previsiones para el futuro.

La Estadística que conocemos hoy en día debe gran parte de su potencial a los trabajos matemáticos de las personas que desarrollaron la teoría de las probabilidades y a los que dieron interpretaciones ajustadas a datos recopilados durante numerosos años.

En pocos años se ha transformado, de una disciplina preocupada por el estudio y trabajo manual sobre largas columnas de números, en una tecnología moderna y muy sofisticada, que utiliza herramientas muy avanzadas de programación informática para explorar los datos en busca de estructuras y patrones entre ellos, tratando de eliminar la oscuridad para poder revelar la verdad, de una forma similar a como los telescopios, los microscopios, los rayos X, el radar, la ecografía o un escáner nos permiten ver cosas invisibles para el ojo humano. La Estadística Matemática nos permite ver, a través de la neblina y confusión del mundo que nos rodea, la realidad subyacente.

En el complejo mundo en que vivimos hoy día, la Estadística tiene cada vez un papel más importante. Los Gobiernos y sus diferentes Administraciones,

las organizaciones empresariales, los sindicatos, el sistema financiero y otras organizaciones e instituciones son buenos ejemplos de usuarios de la Estadística. La ausencia de este tipo de información conduciría en nuestros días a un caos generalizado, dejando a los administradores y ejecutivos sin información vital a la hora de tomar decisiones. Un Gobierno eficaz depende de un análisis estadístico meticuroso de los datos que describen los diferentes aspectos que afectan a la vida de los ciudadanos.

Pero también se encuentra presente en la mayoría de las Ciencias: Economía, Ingeniería, Biología, Enfermería, Sociología, Psicología, Educación Física y Deportiva, Medicina... Por ejemplo, los ensayos clínicos aleatorizados controlados se han descrito como una de las herramientas más sencillas, más potentes, y más revolucionarias de la investigación médica. Estas pruebas han permitido conocer los procesos por lo que se propagan las enfermedades ayudando, por tanto, a su control.

Aunque no nos demos cuenta, las ideas y las herramientas estadísticas están presentes en cada uno de los aspectos de la vida moderna. Por ejemplo, tanto los agricultores como los tecnólogos de alimentos y los supermercados usan implícitamente la Estadística. El agricultor para decidir el crecimiento de la planta y que el fruto madure en las fechas que más le interese; el tecnólogo a la hora de procesarlo, y el supermercado a la hora de tomar decisiones sobre su empaquetado y distribución. Los hidrólogos deciden lo altas que han de ser las defensas para evitar inundaciones analizando las estadísticas meteorológicas, etc.

Podemos distinguir dos grandes apartados en ella: la Estadística Descriptiva, que trata de la tabulación de datos, su presentación en forma gráfica o ilustrativa y el cálculo de medidas descriptivas y la Inferencia Estadística, que trata de obtener, a partir de los datos de una muestra representativa, información relevante que sea extrapolable a la generalidad de la población objeto de estudio y que permita tomar decisiones racionales en ambiente de incertidumbre.

En su origen la Estadística estuvo asociada a los Estados, para ser utilizada por los Gobiernos y sus cuerpos administrativos, a menudo centralizados. La colección de datos sobre los Estados y localidades continúa hoy día a través de los diferentes servicios o institutos de estadística, autonómicos, nacionales e internacionales. En particular, los censos, que suministran información regular sobre la población.

La palabra censo proviene de la palabra latina *censere*, que significa evaluar. Un censo es, por tanto, un recuento oficial de los ciudadanos que viven en un país

determinado. Se usa para obtener una imagen precisa del tamaño de un país y de las características de las personas que viven en él.

Hacia el año 3000 a.C. los babilonios usaban ya pequeños envases moldeados de arcilla para recopilar datos sobre la producción agrícola y de los géneros vendidos o cambiados. Los egipcios analizaban los datos de la población y la renta del país mucho antes de construir las pirámides en el siglo XXXI a.C. Los egipcios llevaban cuenta de los movimientos migratorios y del crecimiento de la población. Tal era su dedicación por llevar siempre una relación de todo que hasta tenían su propia diosa, la diosa Safnkit, diosa de los libros y las cuentas.

Egipto, por tanto, es uno de los primeros Estados del mundo del que se tiene constancia que realizó al menos un censo. Algunos escritos en papiro, y en antiguos monumentos de templos faraónicos, señalan que el primer censo en Egipto se llevó a cabo entre los años 3050 y 3040 a.C. De acuerdo con el historiador griego Heródoto, dicho registro de riqueza y población se hizo con el objetivo de preparar la construcción de las pirámides. Ramsés II también hizo un censo de las tierras con el objeto de verificar un nuevo reparto de las mismas.

En Números, uno de los libros del Pentateuco, se incluyen trabajos de Estadística. El primero contiene el censo de la población hebrea realizado después de la salida de Egipto por mandato directo de Dios y está perfectamente indicado cómo ha de hacerse. Se dice lo siguiente:

«Censo del pueblo por tribus: Yavé habló a Moisés en el desierto del Sináí, en la Tienda de la Reunión, el primer día del segundo mes, el segundo año después de la salida de Egipto, diciendo: "Haz un censo general de toda la comunidad de los hijos de Israel, por clanes y por familias, anotando uno a uno los nombres de todos los varones. Entre los mayores de veinte años, registraréis tú y Aarón, por escuadras, a todos los aptos para la guerra en Israel."».

Continuando con las personas que han de realizarlos y que han de agruparlos por clanes y familias.

El rey David también ordenó a Joab, general de su ejército, hacer un censo de Israel con la finalidad de conocer el número de varones con los que contaba para la guerra.

En China existieron registros numéricos similares durante la Dinastía Xia, por el año 2000 a.C., en el que se refiere que hay 13 millones de personas. Durante la Dinastía Han, en el año 2, en que se detalla que hay 57,67 millones de personas viviendo en 12,36 millones de hogares, lo que supone una media de 4,67 personas por familia. También durante esta misma dinastía, pero en el año 144, se tiene

constancia de otro censo en el que se relaciona la existencia de 49,73 millones de personas que viven en 9,94 millones de hogares, lo que supone unas 5 personas por grupo familiar. Y una gran disminución, tanto en el total de la población como en el de hogares. Se cree que esto se debió a las intensas migraciones al sur y sureste de China. Hay otros muchos censos posteriores en la época imperial.

Los antiguos griegos desde el siglo de Pericles, realizaron censos cuya información se utilizaba, fundamentalmente, con fines tributarios, sociales (división de tierras) y militares (cálculo de recursos y hombres disponibles). La investigación histórica revela que se realizaron 69 censos para calcular los impuestos, determinar los derechos de voto y ponderar la potencia guerrera.

Los romanos, maestros de la organización política, jurídica y administrativa, fueron quienes mejor supieron emplear los recursos de la Estadística. Cada cinco años realizaban un censo de la población y sus funcionarios públicos anotaban los nacimientos, defunciones y matrimonios, sin olvidar los recuentos periódicos del ganado y de las riquezas contenidas en las tierras conquistadas. Aparece la figura del Censor, cuya misión consistía en controlar el número de habitantes y su distribución por los distintos territorios. Según los Evangelios, durante uno de estos empadronamientos ocurrió el nacimiento de Cristo.

Bajo el reinado de Servio Tulio (578 a.C.-535 a.C.), los censos pasaron a ser la base constitucional del gobierno. Desde el principio se llevaba un registro de nacimientos y de fallecimientos; pero fue bajo Antonino (86-171) cuando la declaración de nacimientos adquirió una verdadera figura legal que era necesario hacerla ante el Prefecto del Erario en el templo de Saturno y no después de 30 días de nacimiento.

Con la caída del Imperio Romano dejan de realizarse los censos en Europa, floreciendo ahora bajo la civilización árabe. Durante los mil años siguientes a la caída del imperio Romano se realizaron muy pocas operaciones estadísticas, con la notable excepción de las relaciones de tierras propias y pertenecientes a la Iglesia, compiladas por Pipino el Breve (715-768) en el 758 y por Carlomagno (747?- 768) en el 762, con un carácter netamente financiero y administrativo.

Guillermo I el Conquistador (1028-1098), rey de Inglaterra, recopiló el *Domesday Book* o Libro del Gran Catastro en el año 1086. Este documento señala la propiedad, extensión y valor de las tierras de Inglaterra y fue el primer compendio estadístico de Inglaterra.

Aunque Carlomagno, en Francia; y Guillermo el Conquistador, en Inglaterra, trataron de revivir la técnica romana, los métodos estadísticos permanecieron casi olvidados durante la Edad Media.

En España, los Reyes Católicos ordenaron a Alonso de Quintanilla (1429?-1599) en 1482 el recuento de fuegos (hogares) de las provincias de Castilla. Tras la Toma de Granada, se realiza una estadística muy precisa del valor de las cosas y de las asignaciones a los participantes en la contienda.

Después del Concilio de Trento, la Iglesia estableció la obligación de la inscripción de nacimientos, matrimonio y defunciones en las distintas Parroquias.

En el año 1532 empezaron a registrarse en Inglaterra las defunciones, debido al temor que Enrique VII (1457-1509) tenía por la peste, publicándose estadísticas semanales de los decesos. Esa costumbre continuó durante muchos años y, en 1632, estos *Bills of Mortality* contenían los nacimientos y fallecimientos por sexo.

En las ciudades-estado italianas del siglo XVI comienza a recopilarse de nuevo información de los diferentes recursos disponibles por cada una. Después se extendió esa idea a Francia, Holanda y Alemania. La Estadística favoreció la constitución política de los Estados modernos, proporcionando descripciones de las características más importantes de los mismos, tales como la Economía, la Demografía y la Geografía.

El alemán Sebastian Münster (1489-1552) realizó en el año 1540 una compilación estadística de los recursos nacionales, con datos acerca de la organización política, instrucciones sociales, comercio y poderío militar.

Vito Seckendorff (1626-1689), a mediados del siglo XVII y Hermann Cöring (1600-1689), al que algunos consideran el padre de la Estadística Descriptiva, dan un paso adelante y proporcionan indicaciones más concretas de los métodos de observación y del análisis cuantitativo, ampliando los campos de la Inferencia y la Teoría Estadística. Definen la Estadística como la base para la descripción de los hechos importantes de un Estado.

En 1660 se crea la primera cátedra universitaria de esta disciplina en la Universidad de Heldsmat, donde Herman Cöning dicta un curso en el que se pasaba revista a los hechos más notables del Estado y a la sistematización de datos y conocimientos sobre el mismo. O sea, un enfoque eminentemente administrativo de los bienes y recursos del Estado. Su discípulo, Gottfried Achenwall (1710-1792), la separa de la Sociología y la denomina, por primera vez, *statistik*. Con esta palabra

trataba de designar el análisis de datos del Estado, es decir, la “Ciencia del Estado” y consolidó definitivamente los postulados de esta nueva ciencia.

No obstante, el término Estadística no adquirió el significado de recolectar y clasificar datos hasta el siglo XIX, concretamente por las aportaciones que hizo el político escocés John Sinclair (1754–1835), entre los años 1786 y 1798 en sus escritos sobre finanzas y agricultura. En España se tradujo como Aritmética Política.

La Estadística se convirtió en la descripción cuantitativa de las cosas importantes de un Estado. Por esos tiempos, y gracias a la escuela alemana, se separó la Teoría de la Estadística de la aplicación práctica de la misma por lo que, entonces, muchos reyes ordenaron que se utilizaran los métodos estadísticos en los territorios bajo su dominio a fin de poder conocer las riquezas y el potencial humano de sus respectivos países.

Caspar Neumann (1648-1715), un profesor y clérigo alemán que vivía en Breslau, fue la primera persona que utilizó los datos estadísticos para fines ajenos a la política. Este investigador se propuso en 1691 destruir la antigua creencia popular de que en los años terminados en siete fallecía más gente que en los restantes. Para lograrlo analizó pacientemente los archivos parroquiales de su ciudad y, después de revisar miles de partidas de defunción, pudo demostrar que en tales años no fallecían más personas que en los demás.

Algunos sabios ingleses del siglo XVII demostraron un gran interés por la Estadística Demográfica como resultado de la especulación sobre si la población aumentaba, decrecía o permanecía estática.

En 1662, el capitán John Graunt (1620-1674), usó los *Bills of Mortality*, que abarcaban varios años, y efectuó predicciones sobre el número de personas que morirían de varias enfermedades y sobre las proporciones de nacimientos de varones y mujeres que cabría esperar, así como las influencias que ejercían las causas naturales, sociales y políticas en dichos acontecimientos. Es decir, realizó el primer trabajo de Estadística que, curiosamente, podíamos decir que fue de Estadística vital, Estadística sanitaria o Bioestadística.

El trabajo de Graunt, condensado en su obra *Natural and Political Observations... Made upon the Bills of Mortality*, constituyó todo un hito innovador en el análisis estadístico. De hecho, puede considerarse el primer trabajo estadístico serio sobre la población.

Graunt no da los resultados en forma de porcentajes (frecuencias relativas), sino en proporciones (ratios) tales como 2 a 5 ó 3 a 7, y así sucesivamente. Y prueba que esas proporciones son estables en el tiempo, e incluso plantea, en la práctica, algún contraste de hipótesis, pero, evidentemente, sin niveles de significación.

Curiosamente, Graunt no conocía los trabajos de Blaise Pascal (1623-1662) ni de Christiaan Huygens (1629-1695) sobre estos mismos temas, pero en Londres y en París se estaban construyendo, casi de manera simultánea, las dos disciplinas que actualmente llamamos Estadística y Probabilidad, bases de la Estadística Matemática.

Un poco más tarde, el astrónomo Edmund Halley (1656-1742), conocedor de los procedimientos de Neumann, presenta la primera tabla de mortalidad que se puede considerar como base de los estudios contemporáneos. En dicho trabajo, realizado en 1691 utilizando como base datos de la ciudad de alemana de Breslau, se intenta establecer el precio de las anualidades a satisfacer a las compañías de seguros. Sus cálculos sirvieron de fundamento para las tablas de mortalidad que hoy utilizan todas las compañías de seguros.

La obra de Graunt tuvo una influencia inmensa. Tablas de mortalidad parecidas a las de Londres se introdujeron en otras ciudades, por ejemplo, en París en 1667. Los métodos de análisis estadístico de Graunt fueron adoptados por el médico, economista y estadístico inglés William Petty (1623-1687), el estadístico Gregory King (1648-1712), y el economista Charles Davenant (1656-1714), fundadores de la escuela de economía política en Inglaterra. En Francia un defensor fue Sébastien Le Prestre, Señor de Vauban, más conocido como Vauban (1633-1707), que fue Mariscal de Francia y el principal ingeniero militar de su tiempo. En los Países Bajos por Nicolaas Struyck (1686-1769) y en Alemania, algo más tarde, por el sacerdote y estadístico Johann Peter Süßmilch (1707-1767). Finalmente, estos empeños condujeron al establecimiento de oficinas estadísticas estatales.

La investigación de Graunt acerca de la estabilidad de la proporción de géneros fue confirmada por el médico John Arbuthnot, más conocido como Dr. Arbuthnot, (1667-1735) y por Nicholas Bernoulli (1687-1759). Sus estadísticas de esperanza de vida recibieron una interpretación probabilística por parte de los hermanos Huygens (Lodewijk (1633-1699) y Christiaan). Jan (Johan) de Witt (1625-1672), en los Países Bajos, mejoró las estadísticas de esperanza de vida. Todos estos nuevos resultados se utilizaron para el cálculo de rentas vitalicias.

Los resultados de los hermanos Huygens no trascendieron fuera de Holanda, pero sus ideas estaban ya en el ambiente. En 1666 se publicó un resumen del libro de Graunt que contenía las estadísticas de esperanza de vida. Basándose en él, James (Jakob, Jacques) Bernoulli (n1654-† 1705), en una publicación de 1686 reconstruye las tablas de Graunt y establece, sin demostración, que las probabilidades de que una persona de 16 años muera antes que una persona de 56 están en la proporción de 59:101. En 1709 Nicholas Bernoulli, sobrino de James Bernoulli, retomó los mismos problemas que los hermanos Huygens y publicó soluciones similares en su tesis *De Usu Artis Conjectandi in Jure*. Parece ser que ni James ni Nicholas conocían el libro de Graunt, lo cual es extraño en vista de su gran difusión y de la importancia para la tesis de Nicholas, en la que hay abundantes referencias a literatura jurídica, pero las únicas referencias a la teoría de la probabilidad son el tratado de Christiaan Huygens, *De Ratiociniis in Ludo Aleæ* de 1657, y el escrito inédito *Ars Conjectandi* de James Bernoulli. No se mencionan ni la obra de Jan Witt: *Waerdye van Lyf-Renten Naer proportie van Los-Renten*, publicada en 1671, ni la de Halley: *An Estimate of the Degrees of the Mortality of Mankind, drawn from curious Tables of the Births and Funerals at the City of Breslaw; with an Attempt to ascertain the Price of Annuities upon Lives*, publicada en 1693.

Las estadísticas de esperanza de vida fueron una herramienta fundamental en la medicina, en la demografía, y en la ciencia actuarial.

Durante los siglos XV a XVII, personas como Leonardo da Vinci (1452-1519), Nicolaus Copernicus (1473-1543), Galileo Galilei (1564-1642), John Napier (Neper) (1550-1617), el médico William Harvey (1578-1657), Sir Francis Bacon (1561-1626) y René Descartes (1596-1650), hicieron grandes aportaciones a la Estadística y al Método Científico, de forma que, cuando se crearon los Estados Nacionales y surgió con fuerza el comercio internacional, existía ya un método capaz de aplicarse a los datos económicos.

PROBABILIDAD.

Casi al mismo tiempo, y de manera independiente, se desarrolló la Teoría Matemática de Probabilidades a causa del interés en los juegos de azar de las clases acomodadas de aquellos tiempos. Los primeros análisis matemáticos de juegos de azar fueron emprendidos por matemáticos italianos en el siglo XVI. Los primeros resultados fueron obtenidos por Girolamo Cardano (1501-1576) y se publicaron,

tras su muerte, en la obra *Liber de Ludo Aleae*, en una edición de 1663, por lo que permanecieron inéditos durante casi un siglo.

La mayor parte de la teoría se presenta en el libro en forma de ejemplos a partir de los que se *obtienen* los principios generales. En algunos casos Cardano logra la solución a través de *prueba y error*, y el libro contiene tanto soluciones verdaderas como falsas. También acomete algunos problemas que no puede solucionar, aunque trata de dar soluciones aproximadas. En el capítulo dedicado a los “dados” expresa claramente que las seis caras de un “dado” son igualmente probables, si el dado es correcto, e introduce la probabilidad como el cociente entre el número de casos favorables y el número de casos posibles, conocida como Regla de Laplace (1749-1827), que fue quien la redescubrió bastantes años después. Por razones pedagógicas, introduce “dados” con tres, cuatro y cinco caras, igualmente probables.

Aunque Niccolo Fontana Tartaglia (1499-1557) fue el primero que dio los coeficientes binomiales hasta $n = 12$, obtenidos por medio de la regla de adición y organizados en forma de triángulo (el triángulo de Pascal) aunque sin demostración, fue Cardano el que dio avances extraordinarios en el campo de las variaciones y la combinatoria, obteniendo la fórmula $2^n - n - 1$ para el número de combinaciones de n cosas tomado de dos en dos o más cada vez y, en 1570, señaló la correspondencia entre ciertos números y los números combinatorios C_k^n , número de combinaciones de n cosas tomadas de k en k cada vez, que tabuló hasta $n = 11$. Además, demostró que:

$$C_k^n = \frac{n - k + 1}{k} C_{k-1}^n$$

a partir de la cual obtuvo la forma multiplicativa:

$$C_k^n = \frac{n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot (n - k + 1)}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot k}$$

Creo importante señalar también que Cardano dedicó parte de su tiempo a resolver, aunque no explica claramente cómo, un problema bastante más antiguo, y que ha llegado hasta nuestros días con el nombre de *Problema de los puntos*. Dos jugadores, A y B, comienzan una serie de partidas hasta que uno cualquiera de ellos gane un número determinado de veces, por ejemplo, s . Por algún motivo accidental, el juego finaliza bruscamente antes de que A o B alcancen el número especificado de partidas ganadas. Supongamos que, en ese momento, A ha ganado

s_1 veces y $B s_2$ veces, evidentemente menores que s ambas. ¿Cómo debería repartirse el dinero de las apuestas entre los dos jugadores?

Dos científicos se ocuparon de nuevo de la Teoría de la Probabilidad después de transcurridos casi cien años. Fueron dos franceses: Blaise Pascal y Pierre de Fermat (1601-1665), que mantuvieron, a instancias de algunos jugadores, como el caballero de Meré, una copiosa correspondencia de la que sólo ha llegado una parte hasta nosotros. Su trabajo fue continuado en los Países Bajos por Christiaan Huygens en su obra *De Ratiociniis in Ludo Aleæ*, publicada en 1657, que fue el primer tratado publicado sobre la Teoría de la Probabilidad y su aplicación a los juegos de azar. El suizo James Bernoulli asentó los fundamentos de la moderna Teoría de la Probabilidad en su obra *Ars Conjectandi*, publicada cuando el autor ya había muerto. Abraham De Moivre (1667-1754), francés afincado en Inglaterra, fue el primero en combinar la Estadística de su tiempo con la Teoría de la Probabilidad, trabajando con las rentas y con los seguros.

Pierre Remond de Montmort (1678-1719) publicó su *Essay d'Analyse sur les Jeux de Hazard* en 1708. La obra consta de un prólogo y tres partes sobre juegos de cartas, juegos de dados, y otros problemas adicionales de juegos de azar. Se publicó una segunda edición en 1713. En ninguna de las ediciones aparece el nombre del autor, ni en la carátula ni en el texto.

En 1714 aparece *Ars Conjectandi*, obra póstuma de James Bernoulli, publicada siete años después de su muerte. En este trabajo se relaciona por primera vez la teoría con los experimentos, se define la probabilidad clásica, basada en el concepto de equiprobabilidad de los resultados y, a su vez, en la simetría, y se plantea la posibilidad de introducir lo probable en lo social. Esto es, que la Teoría de la Probabilidad tenía otros usos además de los juegos de azar.

Otro de los descubrimientos importantes de Bernoulli fue el concepto de *probabilidad frecuentista*, basada en asignar como probabilidad de un suceso el resultado que se obtendría si el proceso se repitiera, en condiciones similares, un número grande de veces. Sin embargo, estas condiciones no eran muy concretas y con ellas no se podía dar lugar a una definición seria y rigurosa de todos los conceptos que manejaba Bernoulli. En primer lugar, se habla de un número grande de veces, pero no se da ninguna indicación sobre cuál es ese número o lo suficientemente grande que debe ser, no se especifica tampoco qué significa “condiciones similares” y tampoco se establece cuál es el error admitido respecto del resultado teórico.

La necesidad de precisar con exactitud qué se entiende por un número grande de repeticiones y de calcular el error del resultado obtenido respecto del resultado

teórico, llevaron a James Bernoulli a idear, en su forma más intuitiva y básica, la Ley de los Grandes Números.

Su sobrino Nicholas Bernoulli (1687-1759), que fue el encargado de la publicación póstuma, publicó más tarde una colección de problemas resueltos que fue muy popular en su época. Por ejemplo, la solución del problema de Montmort, que consistía en calcular la probabilidad de que un jugador gane si al sacar una carta de un grupo de trece, el número de extracción sea igual al número de la carta.

La fórmula propuesta por Montmort fue generalizada al caso de n cartas por uno de sus lectores, que encontró que la probabilidad se aproximaba a una constante si el número de cartas crecía indefinidamente ($p=0,6321$). El lector se llamaba Leonhard Euler (1707-1783), y así descubrió al número e ($e = 2,718\dots$).

A partir de entonces crecieron vertiginosamente los estudios acerca de las probabilidades. A raíz del descubrimiento de la Ley de los Grandes Números, se planteó el problema de estimar la suma de un subconjunto de elementos de una expresión de carácter binomial. La dificultad era calcular una probabilidad que Bernoulli ya había dejado indicada.

El francés De Moivre halla la curva matemática de la probabilidad integral, y la aproximación de la Binomial a la Ley Normal, que aparece en la segunda edición, (1756), de su *The Doctrine of Chances* y, a principios del siglo XIX. Daniel Bernoulli (1700-1782) escribió un trabajo, publicado en dos partes, en 1770 y 1771, respectivamente, sobre la aproximación de la Ley Normal a la Binomial y su aplicación al análisis de la proporción de género en los nacimientos. Es un trabajo bastante curioso, en el sentido de que ignora completamente todos los trabajos previos en estos temas. Es sorprendente que Bernoulli, o no lo supiese, o hubiera olvidado la *Miscellanea Analytica* y el *Doctrine* de De Moivre. El escrito contiene, sin embargo, un nuevo método de obtención de la función de densidad Normal como límite de la Binomial.

La Teoría de los errores se remonta a la *Opera Miscellanea* (póstuma, 1722) de Roger Cotes (1682-1716) y al trabajo de De Moivre, *Annuities upon Lives: or, The Valuation of Annuities upon any Number of Lives; as also of Reversions. To which is added, An Appendix concerning the Expectations of Life, and Probabilities of Survivorship*, de 1725, en el que se discute por primera vez en profundidad sobre los errores de observación, llegando a la Ley Normal y a una idea intuitiva de estimación directa de probabilidades a partir de frecuencias relativas. La publicación en 1742 de la obra de su discípulo Thomas Simpson (1710-1761) *The Doctrine of Annuities and Reversions, Deduced from General and Evident Principles: With Useful Tables*,

Sewing the Values of Single and Joint Lives, etc. at different Rates of Interest, sigue los pasos de la de su maestro pero incluye como axioma que los errores positivos y negativos son igualmente probables y que hay unos ciertos límites probables entre los que se encuentran todos los errores. Describe errores continuos y la curva de probabilidad Normal.

Por su parte Laplace hace en 1774 el primer intento de deducir una regla para la combinación de observaciones desde los principios de la Teoría de la Probabilidad. Como se utilizaba ordinariamente la media aritmética como una estimación del parámetro de posición, suponiendo que los errores se compensaban, Laplace solucionó el problema de encontrar la distribución de la media de tres observaciones por la fórmula de la convolución. Sin embargo, ésta no resultó ser una buena solución, porque todas las distribuciones conocidas del error, con la excepción de la uniforme, conducían a distribuciones inmanejables de la media. También en 1871 obtiene el primer test de significación para la media basado en la probabilidad de una desviación del valor esperado, tan grande o mayor que el observado, pero suponiendo, como antes, la distribución uniforme.

A estas fechas corresponden también el hallazgo y demostración de los tres teoremas más importantes de la probabilidad clásica: El teorema de la suma, ideado por James Bernouilli y formalizado por Thomas Bayes (1701?-1761); el teorema de la multiplicación, conocido para casos particulares, pero formalizado por De Moivre, y el teorema de la probabilidad condicionada, formalizado por Bayes como cociente entre la probabilidad conjunta y la correspondiente marginal.

Curiosamente el teorema que lleva su nombre no es del todo suyo. Fue Laplace el que mejoró y desarrolló el teorema de Bayes en su forma actual, como probabilidad inversa, en su obra *Théorie analytique des probabilités*, de 1812, que ha sido, desde entonces, un texto de referencia y en el que Laplace recopila todo lo publicado hasta esa fecha sobre el tema, más otros descubrimientos de su propia cosecha, en particular la primera versión del teorema fundamental de la Estadística: el Teorema Central del Límite. Sin embargo, este último tema sería popularizado por un matemático de su misma época: Carl Friedrich Gauss (1777-1855). Al estudiar los errores de medición cometidos en los experimentos, Gauss descubrió que, si los instrumentos son lo suficientemente sensibles, mediciones repetidas, bajo condiciones análogas, arrojan diferentes resultados. A falta de una mejor explicación para el fenómeno, atribuyó estas variaciones a la «casualidad», y obtuvo en su estudio de errores una curva teórica en forma de campana que lleva su nombre. La aplicación de la teoría de errores en mediciones experimentales, les dió un carácter de tipo científico, diferenciándolas de las investigaciones biológicas de esos tiempos, que se limitaban

a describir y clasificar especies, sin entrar a controlar la repetición de fenómenos en laboratorios.

En 1778 Daniel Bernoulli introduce el principio del máximo producto de las probabilidades de un sistema de errores concurrentes, principio de máxima verosimilitud, fundamental para la inferencia junto a las ideas de probabilidad inversa de Laplace.

Se desarrollaron algunos métodos para obtener la distribución de la media como un modelo lineal de observaciones pero, de una u otra forma, todos conducían al método de los mínimos cuadrados que fue usado para minimizar los errores en mediciones. Aunque el método fue introducido intuitivamente por Euler en 1778, Adrien Marie Legendre (1752-1833) lo utilizó en 1805, con objeto de hallar «*une sorte de équilibre*» entre los errores, y prevenir errores extremos. También en 1808 el norteamericano Robert Adrain (1775-1843) dedujo la distribución normal para errores aleatorios y obtuvo los principios del método de los mínimos cuadrados y de la media aritmética. Sin embargo el nivel matemático de sus trabajos no era suficientemente alto y sus artículos pasaron casi desapercibidos. El más importante de todos fue Carl Friedrich Gauss, que lo había usado en su famosa predicción de la localización del “planeta enano” Ceres en 1801.

Simeon Dennis Poisson (1781-1840) introdujo los conceptos de variable aleatoria y de función de distribución. Generalizó el Teorema Central del Límite al caso de sumas de variables aleatorias de distribuciones no idénticas y con valores en un intervalo finito.

En su obra *Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et matière civile*, publicada en 1837, aparece por vez primera la distribución que lleva su nombre y que describe la probabilidad de que ocurra un suceso aleatorio en un intervalo de tiempo bajo las condiciones de que la probabilidad de que ocurra este suceso es muy pequeña, pero el número de pruebas es muy grande a fin de que el suceso ocurra realmente unas pocas veces.

Introdujo la expresión Ley de los Grandes Números, y la probó para este caso usando el Teorema Central del Límite y aplicándolo a varios ejemplos de Demografía y Física.

Poisson, que había estudiado Medicina, plantea en su anterior obra algunas aplicaciones de la teoría de probabilidades a la jurisprudencia que fueron bastante cuestionadas en su tiempo, en particular su frase: «es más peligroso para la seguridad pública, la absolución de un culpable que la condena de un inocente». Este criterio,

contrario a nuestras ideas de hoy, ya había sido sugerido por Aristóteles y tomado como norma en el Reglamento de Pedro el Grande de Rusia en 1716.

El siglo XIX se constituyó en semillero de probabilistas, y el siglo XX ha visto florecer en muchas latitudes grandes continuadores en el duro bregar por tratar de ordenar el caos y reglamentar el azar. El frente de onda de la Teoría de la Probabilidad lo constituyen ahora los procesos estocásticos, la teoría de la información, la teoría de juegos y algunas otras áreas que tienen como eje el estudio de procesos no determinísticos.

La contribución de la Escuela rusa, se hizo en el campo de la teoría. Autores como Pafnuti L. Tchebychev (1821-1894), Aleksandr M. Lyapunov (1857-1918), Andréi A. Markov (1856-1922), Andréi N. Kolmogórov (1903-1987), Aleksandr Y. Kintchin (1894-1959), y otros, completaron la base matemática de la Estadística y es en Rusia, a fines del siglo XIX, donde se publica por vez primera la versión completa del Teorema Central del Límite, luego de casi un siglo de búsqueda, completando los trabajos de Émile Borel (1871-1956), Francesco Cantelli (1875-1966) y Jarl Waldemar Lindeberg (1876-1932), William Feller (1906-1970), y Paul Pierre Levy (1886-1971).

Aunque algunos procesos estocásticos como las cadenas de Markov o el movimiento Browniano ya habían sido estudiados antes, fue el gran pionero de la Teoría de la Probabilidad moderna, Levy quien los estudió en detalle en su libro *Teorie de l'addition des variables aleatoires*, publicado en 1937. Posteriormente en 1939, Jean André Ville (1910-1989) introdujo el término *Martingalas* para denotar ciertos procesos estocásticos originados en los juegos de azar.

La importancia de la teoría y las aplicaciones de los procesos estocásticos se aprecian en el número de áreas en que su estudio se ha dividido. Algunas ramas son: cadenas de Markov (finitas y enumerables), teoría de martingalas, procesos de nacimiento y muerte, procesos de difusión, procesos de ramificación, teoría del potencial, recorridos aleatorios, teoría de colas, series temporales, filtrado...

Los principales exponentes de la Escuela estadounidense, especializada en la rama de la probabilidad son Feller, por sus numerosos estudios acerca del Teorema Central del Límite y por su impecable demostración de que la condición de Lindeberg era necesaria además de suficiente, y Joseph Leo Doob (1910-2004) que, en su obra ya clásica de 1953, *Procesos estocásticos*, ofrece el primer estudio sistemático de los procesos regidos por el azar.

Aunque el iniciador de este movimiento fue Norbert Wiener (1894-1964), que desarrolló una medida de las probabilidades para conjuntos de trayectorias que no son diferenciables en ningún punto, asociando una probabilidad a cada conjunto de trayectorias. Construyó así una probabilidad que permitía describir el fenómeno en términos matemáticos en lo que se refería a la trayectoria y posición de las partículas a través del tiempo. Aportó ejemplos de cómo aplicar el estudio de las probabilidades al desarrollo y progresos de la ciencia.

John von Neumann (1903-1957) logró a través de la Teoría Juegos, que fue una de sus creaciones (la otra fue el ordenador moderno) dar a los juegos aplicaciones que van desde la toma de decisiones hasta la predicción del tiempo. En la década de 1930 a von Neumann se le unió el economista austriaco Oskar Morgenstern (1902-1977) y como producto de su asociación, se publicó *Theory of games and economic behaviour*. La obra gravita alrededor del concepto de estrategia que, aunque ya había sido tratado por el gran matemático Émile Borel, fue von Neumann quien lo definió rigurosamente y le dió aplicaciones.

Tenemos que mencionar aquí también a Abraham Wald (1902-1950) cuya Teoría de Funciones Estadísticas está íntimamente ligada a la Teoría de Juegos. La Teoría de Decisión creada por Wald incluye casi todos los problemas que son la razón de ser de la Estadística Matemática.

Consecuencia de sus trabajos y de la presión causada por la segunda guerra mundial aparecen la mayoría de las técnicas de la Investigación Operativa.

La Escuela francesa se formó con Yves F. Meyer (1939) y su grupo de Estrasburgo y también con Jacques Neveu y Robert Fortet de París, aunque sin duda resalta por encima de todos la figura de Paul Levy. Los estudios más importantes referidos a este movimiento se llevaron a cabo en la Universidad de París, en la que, por ejemplo, un grupo de matemáticos encabezados por Laurent Schwartz (1915-2002) generalizaron el concepto de diferenciación utilizando la teoría de distribuciones. Esta aportación fue de vital importancia, ya que en la actualidad no es posible dar explicaciones rigurosas de probabilidad sin utilizar estos conceptos. La innovación y métodos de la Escuela francesa influyeron de manera decisiva en las dos escuelas anteriores.

Harald Cramér (1893-1985), George Pólya (1887-1985) y Shizuo Kakutani (1911-2004) también contribuyeron destacadamente al desarrollo de la Teoría de la Probabilidad en el segundo cuarto del pasado siglo.

Es difícil enumerar a todos los probabilistas que han brillado en los últimos años por sus aportaciones a diferentes ramas de la Teoría de la Probabilidad. Entre los más conocidos podemos citar a Kai Lai Chung (1917-2009), Paul Erdős (1913-1996). Michel Loève (1907-1979), Kiyosi Itô (1915-2008), John George Kemeny (János Kemény) (1926-1992), James Laurie Snell (1925), Frank Ludvig Spitzer (1926-1992), Rudolf Emil Kalman (1930), Leroy Frederick Meyers (1927-1995), George Edward Pelham Box (1919) y Gwilym Meirion Jenkins (1933-1982) y muchos más.

En años recientes se ha llegado a una producción asombrosa en temas relacionados con los procesos estocásticos. Se destaca particularmente la Escuela rusa con Eugene Borisovich Dynkin (1924) a la cabeza, así como la escuela norteamericana, donde sobresalen los nombres de Murray Rosenblatt (1926) y Samuel Karlin (1924-2007), entre otros.

ESTADÍSTICA MATEMÁTICA Y BIOESTADÍSTICA.

La Estadística Matemática surge como fusión de la Estadística y la Teoría de la Probabilidad permitiendo, de esa forma, que se pueda trabajar con conjuntos de datos menores que los censos pero representativos de la totalidad de la población que queremos estudiar.

La Bioestadística se suele definir como la aplicación de la Estadística Matemática a la solución de los problemas biológicos, es decir, los que aparecen en las ciencias biológicas básicas así como en áreas aplicadas tales como las ciencias relacionadas con la salud y la agricultura, que podríamos englobar como ciencias de la vida.

Hasta ahora hemos visto algunos trabajos en Estadística, desde Graunt en adelante, y, la mayoría de ellos, tienen que ver con Bioestadística, de una u otra forma. Se refieren a estadísticas vitales, a demografía, a seguros, a resultados de fallecimientos por crímenes... Ahora vamos a retomar el hilo desde el punto en que la Teoría de la Probabilidad contribuye a reafirmar en bases sólidas el antiguo análisis de datos emprendido por Graunt y sus contemporáneos. Recuérdese que Graunt realizó su análisis estadístico de datos de la población de Londres y no tenía conocimiento de la Teoría de la Probabilidad.

Como señalamos más arriba, las primeras contribuciones de las matemáticas a los seguros de vida las aportó Jan de Witt en los Países Bajos y, posteriormente,

Halley en Inglaterra. Los dos autores combinaron la Teoría de la Probabilidad de Huygens con las estadísticas de esperanza de vida de Graunt.

La teoría de los errores y el ajuste de los datos a ecuaciones, desarrollados en la navegación y en la astronomía, fueron también un gran estímulo para el avance de la Estadística. En esas dos ciencias era preciso manejar muchas observaciones individuales que, en ocasiones, arrastraban algún tipo de error, por lo que hubo que hacer suposiciones acerca de las medias de las observaciones y de la compensación de los errores. Además, en la astronomía se trataba de construir una teoría coherente, expresable en fórmulas. Las contribuciones más importantes se deben al astrónomo danés Tycho Brahe (1546-1601), del matemático y astrónomo alemán Johannes Kepler (1571-1630), discípulo en Praga del anterior, y del filósofo natural italiano Galileo Galilei que realizó aportaciones esenciales a la teoría de la medida de los errores. Éste clasificó los errores en dos tipos: “sistemáticos” y “aleatorios”, clasificación que se mantiene aún en la actualidad, y estableció cuidadosamente las propiedades de los errores aleatorios y en su *Dialogo*, da un análisis estadístico detallado de las observaciones de la nueva estrella de 1572.

Todos los problema que se abordaron usando técnicas estadísticas fueron considerados en su época de gran interés científico, social y económico. Sus soluciones, como suele ocurrir casi siempre, dependieron de conocimientos matemáticos anteriores y, en algunas ocasiones, fue necesario desarrollar nuevas herramientas matemáticas para resolverlos.

La revolución científica estaba en marcha. Se pretendía cambiar el modelo geocéntrico por otro antropocéntrico, algo similar a lo que estaba ocurriendo en astronomía con los modelos geocéntrico y heliocéntrico y con los sistemas de pensamiento inductivo-descriptivo de Aristóteles y experimental y observacional.

Los siglos XVI y XVII son fundamentales para consolidar esta nueva situación y también lo es para toda la ciencia, que adquiere un nuevo aire y se va pareciendo más a lo que conocemos hoy día. No sólo en sus expresiones, sino en fundamentos y simbología. Podemos decir que la revolución comienza tras la publicación del *De Revolutionibus Orbium Coelestium*, de Nicholas Copernicus en 1543, alcanzando su culminación con *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (Principios Matemáticos de la Filosofía Natural), de Isaac Newton (1642-1727) en 1687. Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) fue otro matemático y filósofo alemán que, con sus aportaciones, también contribuyó a modernizar las matemáticas y la ciencia de su tiempo, existiendo un antes y un después a partir de los trabajos de estos autores.

El cambio de pensamiento fue muy importante para el desarrollo de la Estadística, que se basa en el análisis de grandes conjuntos de datos que, en muchas ocasiones, procedían de resultados de experimentos, más que de observaciones.

A lo largo del siglo XVII, la Estadística experimentó lo que podríamos describir como un desarrollo simultáneo horizontal y vertical: horizontal porque los métodos estadísticos se propagaron entre diferentes disciplinas tales como la Astronomía y la Geodesia, la Psicología, la Biología, y las Ciencias Sociales, transformándose a su vez durante el proceso; vertical en la medida en que se avanzó en la comprensión del papel de la probabilidad, pasando de los juegos de azar dejó a los modelos de probabilidad para las medidas, llegando, finalmente, a la introducción de la probabilidad inversa y los orígenes de la Inferencia Estadística. Este desarrollo culminó con el uso de los modelos de probabilidad para validar las inferencias obtenidas de ellos y, posteriormente, para ampliar el dominio de aplicación de la Inferencia Estadística.

A partir, fundamentalmente, de Laplace fue cuando comienzan a fusionarse la Teoría de la Probabilidad y la Estadística, de manera que la Teoría de la Probabilidad se convirtió en el andamiaje matemático de la Estadística. Toda la base matemática que permitió desarrollar la Teoría de la Probabilidad está extraída del análisis combinatorio, una disciplina iniciada por Leibniz y James Bernoulli. Posteriormente, con el paso del tiempo, se fue introduciendo la teoría de límites disminuyendo el peso que tenía el análisis combinatorio.

Ésta fue sólo la primera de las modernizaciones que sufriría la probabilidad en el siglo XIX. Otra de las más importantes fue la que llevó a cabo Gauss al desarrollar la teoría de errores, junto con el astrónomo alemán Friedrich Wilhelm Bessel (1784-1846) y Laplace. La teoría de los errores es la primera rama de la Estadística que presenta una estructura teórico-matemática formal y establece el método de mínimos cuadrados como el procedimiento más elemental para resolver sus problemas.

La Ley Normal la utilizan dos científicos de la Universidad de París para explicar, de forma teórica, un nuevo fenómeno que habían encontrado. De esta forma, el matrimonio Curie da forma a su Ley de la Radiactividad Natural, semilla de la Física Estadística y, más adelante, de la Física Cuántica.

Con Poisson la Estadística va tomando cuerpo y encontrando aplicaciones como las que él mismo describe en el área de la Medicina y la Jurisprudencia. La distribución de Poisson es una herramienta fundamental en los procesos que tienen

que ver con la Teoría de Colas y con problemas relativos a emisiones de partículas radioactivas.

Desde 1830 la Estadística, hasta entonces entendida como mera recolección de datos, fue cobrando importancia rápidamente con su aspecto probabilístico. Por un lado para la planificación de decisiones por los gobiernos y, por otro, por su utilidad en la ciencia, y se transforma en la ciencia conocida como Estadística Matemática.

Aunque los trabajos de Bernoulli, Laplace y Poisson ya señalaban el camino para usar la probabilidad como medida de incertidumbre en las ciencias sociales, los trabajos de Lambert Adolphe Jacques Quételet (1796-1874) representan los primeros pasos para que esto se hiciera realidad. Por ello algunos autores lo consideran el padre de la Estadística, en gran parte, por sus contribuciones a la Inferencia Estadística y a la formación de criterios no paramétricos.

Antes de 1830 Bélgica y Holanda estaban unidas como el Reino de los Países Bajos, y uno de los primeros trabajos estadísticos de Quételet estaba relacionado con la población de su país: el análisis de los datos demográficos, y la planificación de un censo para 1829. A través de los diferentes análisis de los datos de los incompletos censos anteriores es muy posible que Quételet se propusiera estudiar la gran variedad de relaciones latentes en la sociedad de su país, muchas de ellas bien inexistentes o espurias. Desde 1827 hasta 1835 examinó los valores de las posibles relaciones significativas mediante la confección de tablas y gráficos. Con muy pocas excepciones, comparó sólo dos características a la vez, pero su curiosidad parecía ilimitada. Examinó las tasas de nacimiento y mortalidad por mes y ciudad, por temperatura, y por la hora del día. Calculó el mes de la concepción a partir del mes de nacimiento y trató de relacionarlo con las estadísticas de matrimonios. Investigó la mortalidad por la edad, la profesión, la localidad, la estación del año, en las prisiones y en los hospitales. Consideró otros atributos humanos, como la altura, el peso, la tasa de crecimiento y la fuerza.

Los intereses de Quételet también se extendieron hasta las cualidades morales, realizando estadísticas de alcohólicos, de la locura, de suicidios y de delitos. En 1835 reagrupó algunas memorias anteriores y formó con ellas un libro en dos volúmenes que le dio una reputación internacional como sociólogo: *Sur l'homme et le développement de ses facultés, ou essai de physique sociale*, que fue traducido al inglés en 1842 como *A Treatise on Man and the Development of His Faculties*.

Su idea del hombre promedio *l'homme moyen*, sirvió para estudiar la relación entre las dimensiones humanas y su obra puede considerarse como el origen de la Antropometría.

Los estadísticos del siglo XIX se encontraron con un problema importante al tratar de extender a los datos sociales la metodología de los errores utilizada anteriormente en los datos astronómicos. Las clases en que se agrupaban los nuevos datos tenían que ser homogéneas en el sentido de que las variaciones dentro de cada clase tenían que tener comportamientos similares a las de las observaciones independientes de un único fenómeno astronómico.

Quételet tuvo presente la homogeneidad para poder ajustar a sus datos distribuciones binomiales y, consiguientemente, límites normales. Usó el teorema de la aproximación normal de Laplace, pero al revés: si los datos tienen una distribución parecida a la que podría tener la suma de un gran número de efectos independientes del error, entonces, por analogía al tratamiento de las observaciones astronómicas, podrían ser tratadas como se había hecho con ellas, es decir, como si fueran homogéneas. Aunque muchas distribuciones empíricas pasaron la prueba, el razonamiento de Quételet no tenía una base científica sólida. El alemán Wilhelm Lexis (1837-1914) dió un paso adelante en este problema con la distribución que lleva su nombre.

La Psicología Experimental es una disciplina que aparece a mitad del siglo XIX con los trabajos de los médicos alemanes Gustav Theodor Fechner (1801-1887), Hermann Ludwig Ferdinand von Helmholtz (1821-1894), y Wilhelm Maximilian Wundt (1832-1920), aunque muchos de los problemas centrales son anteriores al nacimiento formal de esta disciplina. Uno de estos problemas, el estudio de los tiempos de reacción, es de interés particular para nosotros porque nos muestra una forma en que se pueden transferir los métodos estadísticos de una ciencia a otra. El estudio de los tiempos de reacción se tomó de la astronomía y se basaba en la observación de una persona en particular. De ahí el nombre de «factor personal» que aparece en Astronomía.

Fechner lo transformó en «ecuación personal» y al método de resolución se le dió el nombre de método del error medio. Pero el estudio de la ecuación personal no fue el único problema, ni el más importante, de los primeros años de la Psicología Experimental, a pesar de su importante papel en mostrar la fiabilidad de la experimentación cuantitativa planificada con seres humanos. Lo mejor fue el cambio metodológico que condujo al desarrollo de la Psicología Experimental como un campo nuevo de estudio. El hito de este desarrollo se produjo en 1860 con la publicación del libro de Fechner, *Elemente Der Psychophysik*, donde no explicitó muchas cuestiones estadísticas, que las llevó a su secuela *Methods of Measurements*.

Siguen siendo trabajos de Bioestadística los que van apareciendo en la literatura de la Estadística Matemática de esos años, y así continuará durante bastante tiempo.

Una mujer destaca también en este nuevo campo, Florence Nightingale (1820-1910). Matemática y enfermera, durante la guerra de Crimea recolectó datos y organizó un sistema para llevar un registro de los enfermos y heridos, que le sirvió después como herramienta para mejorar los hospitales militares de la ciudad. Calculó la tasa de mortalidad en el hospital y demostró, usando un gráfico polar, que una pequeña mejora en los métodos sanitarios empleados produciría, de manera inmediata, una significativa disminución del número de muertes. Sus trabajos contribuyeron a la creación del Departamento de Estadística en el ejército británico.

La clave del rápido crecimiento de los métodos estadísticos en la Psicología Experimental fue la creación de los diseños experimentales, es decir, la posibilidad de controlar las condiciones experimentales. En las ciencias sociales, donde esta posibilidad, aparentemente, no existía, no llegó tan pronto el uso de métodos estadísticos basados en las probabilidades.

A comienzos de 1880 se produjo un cambio notable en el clima intelectual del momento cuando un conjunto de personas construyeron una nueva metodología empírica y conceptual que proporcionó un sustituto para el control experimental y logró disipar la niebla que había impedido su progreso durante un siglo.

Las tres más importantes fueron Francis Galton (1822-1911), Francis Ysidro Edgeworth (1845-1926), y Karl Pearson (1857-1936). Por separado fueron figuras importantes en campos muy diferentes: Antropología, Economía y Filosofía de la Ciencia pero, en conjunto, provocaron una profunda revolución estadística.

De los tres, Galton fue el hombre de las ideas, un pensador muy imaginativo y con una gran curiosidad, aunque carecía de conocimientos matemáticos suficientes como para extraer y desarrollar por completo todas sus ideas. Edgeworth fue un teórico sutil que, de entre todos los que siguieron las ideas de Galton, fue el único que las captó en profundidad y supo traducirlas a formulación matemática, permitiendo, así, una aplicación provechosa mayor que las que había imaginado Galton. Pero Edgeworth también tenía sus fallos. Su exposición no llegó a mucha audiencia y carecía de la voluntad y el interés para construir una base empírica suficiente para probar el valor de sus métodos. Fue Karl Pearson, un hombre muy estudioso, que reconoció el poder de las formulaciones que Edgeworth había hecho de las ideas de Galton. Pearson carecía de la originalidad de Galton, y de

la profundidad de comprensión de Edgeworth, pero con su voluntad, junto a la ayuda de George Udny Yule (1871-1951), logró crear la metodología y abrirla para todo el mundo.

Francis Galton, considerado por muchos como el padre de la Bioestadística, fue un hombre de ciencia inglés que se interesó por muchos temas. Ni impartió docencia, ni tuvo cátedras universitarias y, además, realizó la mayoría de sus investigaciones a su costa. Sus múltiples contribuciones recibieron reconocimiento formal cuando, a la edad de 87 años, se le concedió el título de Sir o Caballero del Reino.

Aunque se le conoce como antropólogo y geógrafo, sus estudios los hizo en Medicina en el hospital de Birmingham, en Londres y en Cambridge. Después de recibir su herencia abandonó el ejercicio de la medicina que, realmente, nunca le había atraído. Galton se dispuso a ver mundo y, en el proceso, desarrolló una estimulante curiosidad. En 1845-46 estuvo en Sudáfrica; en 1850 exploró el Damaraland en el sudoeste africano; fruto de tales andanzas fueron dos libros: *Explorer in Tropical South Africa*, publicado en 1853, y *Art of Travel*, publicado en 1855. Como reconocimiento por sus logros recibió la medalla de oro de la Royal Geographical Society.

Galton procedía de una familia importante de su época. Su abuelo fue Erasmus Darwin (1731-1802), médico, fisiólogo y poeta, y Charles Robert Darwin (1809-1882) era su primo hermano. Es imposible determinar si fueron las propias experiencias de Galton, la influencia familiar o la influencia de la publicación en 1859 de *Origin of the Species* de su primo Charles Darwin lo que inspiró a Galton para dedicarse a la investigación.

En los primeros años de la década de 1860 su interés se dirigió a la Meteorología y ahí apareció por primera vez su interés por la Estadística. Circuló un cuestionario a todas las estaciones meteorológicas de Europa, preguntándoles si conservaban un registro detallado de todos los aspectos del clima del mes de diciembre de 1861. Con ellos, Galton construyó mapas meteorológicos de su invención y, a través de la mera inspección visual, pudo descubrir la existencia de lo que él denominó anticiclones. Sus mapas utilizaban símbolos ingeniosos que mostraban, a la vez, la dirección del viento, la temperatura y la presión barométrica en cada estación meteorológica; La extracción de un patrón inesperado del caótico e imponente conjunto de datos fue uno de los primeros triunfos del uso de los métodos gráficos para el análisis de datos multivariantes. Los resultados fueron publicados en 1863 como *Meteorographica*.

Las publicaciones de Galton muestran el amplio espectro de sus intereses: Psicología, Antropología, Sociología, Educación, y Dactilografía, pero el tema central de su trabajo, desde 1865 en adelante, fue el estudio de la Herencia y la Estadística Demográfica, escribiendo sobre tales temas muchos libros, de los cuales los más notables son *Hereditary Genius*, de 1869 y *Natural Inheritance*, publicado en 1889.

Galton intentó hallar teorías de tipo genético para resolver los problemas de herencia en los humanos. Si bien no pudo hallar las respuestas a esas cuestiones, introdujo un método matemático para el ajuste de curvas a puntos experimentales: el de los mínimos cuadrados. Este método lo usó en sus estudios de la herencia de padres a hijos. La propuesta era que hijos de padres más altos que el promedio de la población eran más bajos que sus padres; viceversa, hijos de padres bajos, crecían más que sus progenitores. O sea, la población humana, tiende al promedio de alturas en generaciones sucesivas. Por eso al método lo llama: *Regresión*. Hoy se ha verificado esto y se sabe que el promedio de altura de los humanos va en aumento con los siglos, debido principalmente, a una mejor calidad y cantidad de alimentación.

El trabajo de Quételet había influido mucho en Galton, tanto que el inglés llegó a señalar que un buen ajuste de los datos a la curva normal era una especie de prueba de que los datos podían considerarse como pertenecientes a un mismo grupo. En realidad lo que quería decir era lo contrario. La ausencia de esta curva era una indicación de que los datos no deberían tratarse como un solo conjunto. Galton fue el primero en utilizar la Estadística sobre sus propias observaciones. En 1877 Galton realizó una serie muy grande de experimentos con guisantes de olor, comprobando la distribución normal. En su estudio, la mayoría de los valores se encontraban en el centro o próximos a él, y unos pocos estaban muy por debajo o por encima de la media. También construyó un artilugio, el *Quincunx*, No está claro cuándo lo construyó, pero seguro que fue antes del 27 de febrero de 1874, que fue cuando dio una conferencia sobre el tema.

Para Galton el factor más importante de la inteligencia es el genético, mucho más que el ambiental. Galton subrayaba que la propia naturaleza o conjunto de dotaciones innatas del individuo, era un factor determinante del éxito en la vida. Para demostrarlo, estudió a una serie de hombres eminentes. Probó que los datos se ajustaban a la Campana de Gauss. A continuación comprobó que los padres que presentaban características sobresalientes tendían a tener hijos con iguales características, y pensó que esto debía explicarse fundamentalmente en función de la naturaleza y no de la crianza. Con objeto de someter a análisis los datos recogidos

por él, contrató al matemático Karl Pearson, inventor de un procedimiento de análisis estadístico descriptivo denominado coeficiente de correlación, muy empleado en una variedad de situaciones de investigación.

A Galton le preocupaba cómo medir la inteligencia, y propuso una técnica conocida como método biométrico, que consiste en evaluar ciertas características físicas como la fuerza con que se aprieta el puño, la circunferencia del cráneo y el tiempo de reacción refleja. Si bien hoy el método biométrico ha perdido interés, aún se utiliza en Biología, en investigaciones sobre el ejercicio físico y la Psicobiología.

Su trabajo sobre la teoría de la herencia (leyes de la regresión filial y de la herencia ancestral) gozó de mucha popularidad en su tiempo, pero fue superada posteriormente gracias al desarrollo de la genética mendeliana-weismaniana. Sus estudios de Estadística, dedicados sobre todo a la investigación de las correlaciones de caracteres cuantitativos, conservan todavía un cierto valor.

Como vemos, fue una persona de intereses muy variados que contribuyó al desarrollo de diferentes áreas de la ciencia como la Psicología, la Biología, la Tecnología, la Geografía, la Estadística o la Meteorología. Muchas de sus investigaciones fueron continuadas por otros científicos, dando lugar a nuevas disciplinas.

A Galton se le puede considerar como el «padre» de la Psicología Diferencial, al aplicar los principios de su primo, Darwin, al estudio de las diferencias individuales. Esto se oponía a las ideas psicológicas que más difusión tenían en su época: las de Wilhelm Wundt (1832-1920), lo que supuso casi un cisma dentro de la Psicología de entonces.

Galton centró su interés en el estudio de las diferencias individuales de las capacidades humanas, siempre desde una perspectiva adaptativa y biológica, centrándose en el estudio de los procesos mentales simples.

En el campo de la Biología refutó la Teoría de la Pangénesis realizando una serie de experimentos con ratones a fin de comprobar si las transfusiones de sangre alteraban los caracteres hereditarios. Su trabajo con los guisantes y su posterior investigación en torno a la herencia de la altura lo condujeron a formular los conceptos de regresión y correlación y la Ley de Galton de la herencia ancestral.

Como hemos dicho anteriormente, las investigaciones de Galton fueron fundamentales para la constitución de la ciencia de la Estadística:

- Inventó el uso de la línea de regresión, siendo el primero en explicar el fenómeno de la regresión a la media.

- En los años setenta y ochenta fue pionero en el uso de la distribución normal.
- Inventó la máquina Quincunx, un instrumento para demostrar la ley del error y la distribución normal.
- Descubrió las propiedades de la distribución normal bivalente y su relación con el análisis de regresión
- En 1888 introdujo el concepto de correlación.

Creó el primer laboratorio antropométrico, que fue inaugurado durante la Exhibición Internacional sobre Salud de 1884 (International Health Exhibition) y que mantuvo funcionando durante seis años en Londres. Este laboratorio le permitió, no sólo recoger una inmensa cantidad de datos, sino, además, cobrar por los informes que realizaba, siendo el único psicólogo que pudo cobrar de sus sujetos experimentales en vez de pagarles por acudir a las pruebas.

Además, elaboró de esta manera los primeros análisis estadísticos, necesarios para la evaluación de los datos recogidos en su investigación.

En aquellos tiempos el tema de la raza era bastante importante. De hecho, Galton pensó en aplicar la selección artificial al ser humano para mejorar la raza, formalizándose así por primera vez la Teoría de la Eugenesia.

Las repercusiones del movimiento eugenésico no tardaron en llegar. Éstas y otras teorías similares sirvieron de base a los ideales de superioridad de raza, como los del nazismo alemán, pero también tuvieron gran aceptación en el resto de Europa y en Estados Unidos. La práctica de la eugenesia se reflejó en la limpieza étnica, así como en la esterilización de personas con discapacidad intelectual, delincuentes, pobres o enfermos mentales.

Por último, cabe señalar que la dicotomía entre herencia y ambiente, o entre innatismo y aprendizaje, fue enunciada por primera vez por Galton en la forma *Nature/Nurture*. A menudo se les ha visto como polos enfrentados entre los que no cabían posiciones intermedias. Hoy se ve más como una gradación de elementos influyentes. Galton afirmaba que la herencia importa más que el medio. Aunque esta concepción general fue perdiendo popularidad entre los científicos de la conducta a lo largo del siglo XX, en los últimos tiempos ha recobrado alguna vigencia.

En el variopinto mundo de la Estadística del siglo XIX, el irlandés Francis Ysidro Edgeworth fue una anomalía. Mientras que la mayoría de las personas de las que hemos hablado hasta ahora procedían de campos científicos, la formación de Edgeworth fue en literatura clásica. Estudió en el Trinity College de Dublín

lenguas clásicas con bastante éxito. Más tarde lo hizo en Oxford University, donde se graduó en 1869 con un *First in Literae Humaniores*. Después comenzó a estudiar Derecho mercantil, aunque no llegó a ejercer.

No hay constancia de que Edgeworth estudiara matemáticas más allá de las estrictamente necesarias para poder acceder a los estudios superiores, por lo que, después de finalizar sus estudios de Leyes en Oxford, se supone que emprendería un programa de autoestudio en matemáticas similar a cualquier programa universitario de entonces. La profundidad de los conocimientos matemáticos adquiridos por Edgeworth se manifiesta ya en sus primeras publicaciones. Su primer trabajo *New and Old Methods of Ethics*, publicado en 1877 poco después de que se graduase como abogado, muestra un creativo dominio del cálculo de variaciones.

En 1880 Edgeworth obtuvo una plaza de lector en lógica en el King College de Londres y, en 1891, publicó un trabajo que le proporcionó un gran reconocimiento: *Mathematical Psychics: An Essay on the Application of Mathematics to the Moral Sciences*, que fue un atrevido intento para su tiempo de expandir el tratamiento matemático de la ética a la economía, en particular de incorporar la teoría de utilidad con un análisis del contrato económico y la competencia.

Edgeworth era primo lejano de Galton y siempre se mantuvieron en contacto. Aunque no hay noticias de que hablaran el uno al otro de sus respectivos trabajos, parece razonable suponer que sus conversaciones con Galton ayudaran a intensificar el interés de Edgeworth por las estadísticas en los inicios de la década de 1880. De 1883 a 1893 Edgeworth publicó casi cuarenta notas y artículos de Teoría de la Probabilidad y de Estadística, un librito (*Metretike*, en 1887) y muchas revisiones.

En una sucesión de publicaciones en *Philosophical Magazine* y en *Mind* desde octubre de 1883 hasta finales del año 1884, Edgeworth aplicó los métodos estadísticos de la teoría de errores a la cuantificación de la incertidumbre en lo social y, especialmente, a la economía. En estos artículos trabajó con la probabilidad a priori, con la reducción de datos, la filosofía del azar, la ley de los errores y el método de los mínimos cuadrados.

En su libro *Metretike* ideó un método para medir la probabilidad y la utilidad, donde considera la probabilidad como base de razonamiento inductivo. Inventó las curvas de indiferencia y las superficies de utilidad, conceptos aceptados hoy día en la teoría económica y, cuando se convirtió en el primer editor del *Economic Journal*, en marzo de 1891, trató de introducir el simbolismo matemático en esa publicación. Dirigió la publicación meticulosamente hasta 1911, año en el que lo

relevó John Maynard Keynes (1883-1946). Edgeworth regresó como coeditor en 1919 y permaneció en ese puesto hasta su muerte en 1926. Edgeworth solicitó a Karl Pearson que le enviara algún artículo para su nueva publicación en varias ocasiones, pero no tuvo éxito.

En definitiva, Francis Edgeworth realizó investigaciones en campos muy diversos. Publicó artículos sobre errores probables, la ley de los errores, correlación, medias correlacionadas, análisis de mínimos cuadrados, teoría de errores, tasas de nacimiento, muerte y matrimonio, teoría matemática de banca, relaciones entre los fenómenos sociales, distribuciones de frecuencias simétricas y asimétricas, y el factor de azar en exámenes competitivos.

Pero la persona clave en la formalización de la Estadística fue Karl Pearson. Pearson estudió primero en la University College School de Londres y, más tarde, en el King's College, donde obtuvo el título de Bachelor con mención especial en matemáticas en 1879. Se graduó en leyes en 1881, aunque nunca ejerció de abogado. Durante su formación de postgrado marchó a estudiar literatura alemana medieval y del siglo XVI en las Universidades de Berlín y Heidelberg.

A su vuelta se le ofreció un puesto como profesor de Matemáticas Aplicadas y Mecánica en el University College de Londres, donde permaneció hasta el final de sus días siendo, desde 1907, Director del Departamento de Matemáticas Aplicadas. Allí conoció a Walter Frank Raphael Weldon (1860-1906), un zoólogo que tenía unos interesantes problemas para solucionar. La colaboración que Pearson prestó a Weldon en biometría y teoría de la evolución dio muchos frutos y duró hasta que Weldon murió en 1906.

Fue Weldon quien hizo que se conocieran Pearson y Francis Galton. Aunque al principio Pearson criticó el trabajo de Galton, después cambió de opinión y se unió a él, llegando a existir entre ellos una especial amistad. De hecho, Galton financió económicamente a Pearson cuando comenzó a publicar su revista de *Estadística Biometrika* en 1901. Quizás este apoyo, junto con su amistad, fue lo que llevó a Pearson a aceptar el encargo de la familia de Galton de escribir su biografía tras su muerte.

Hay también bastantes evidencias sobre la influencia de Edgeworth, en el desarrollo intelectual de Pearson. Aunque los dos matemáticos no fueron amigos, mantuvieron un mutuo respeto el uno por el otro. Mientras trabajaba en sus curvas de distribución, Pearson tenía un objetivo en mente: hacerlo mejor de lo que lo había hecho Edgeworth. Al mismo tiempo, Edgeworth quería desarrollar su aproximación mucho antes de que Pearson tuviera oportunidad de hacerlo.

En 1893 comenzó la publicación de una serie de 18 artículos titulados *Mathematical Contributions to the Theory of Evolution*, todos ellos con diferentes subtítulos, que fueron publicados en *Philosophical Transactions of the Royal Society*. El fundamento del sistema de curvas de Pearson aparece en estas publicaciones. El mismo año que empezó estos artículos, Pearson acuñó el término “desviación estándar”.

Pearson fue el primero que usó la letra griega σ para notar la desviación típica y también el primero que llamó curva normal a la curva de Gauss y Laplace, lo cual no fue muy afortunado porque, más tarde, el resto de las curvas podrían ser consideradas como anormales. En el primer escrito fundamental de Pearson acerca de la correlación, *Mathematical Contributions to the Theory of Evolution: III. Regression, Heredity, y Panmixia*, de 1896, obtuvo la fórmula que conocemos hoy día como coeficiente de correlación de Pearson, aunque Francis Galton fue el primero en conceptualizarlo, y dió los coeficientes de la ecuación de regresión múltiple en términos de los coeficientes de correlación de orden cero.

En julio de 1900 apareció en un artículo una de las contribuciones más importantes de Pearson a la Estadística. Esta contribución era el test de la χ^2 (ji cuadrado). Pearson usó esta fórmula para obtener la distribución muestral de χ^2 en grandes muestras, en cuyo estudio estaba por entonces muy interesado.

La χ^2 aparecía como una función de k , y resultó ser una forma especial de la distribución de Pearson tipo 3, ahora conocida como distribución χ^2 para $k-1$ grados de libertad. Además, dio una pequeña tabla de la integral de la distribución de la χ^2 desde 1 a 70 y, para k , desde 3 a 20. Este test de bondad de ajuste de la χ^2 es una de las mayores y más útiles contribuciones de Pearson a los tests estadísticos.

Además de por esta cuestión, Pearson es conocido por otras importantes contribuciones en diferentes campos incluyendo la Antropología, la Biología, la Evolución, la Eugenesia, la Biometría, la Genética, el Método Científico y la Estadística Teórica. En este apartado destacan sus contribuciones sobre la kurtosis, el coeficiente de contingencia, la razón de correlación, la correlación tetracórica y biserial, la correlación que lleva su nombre, la distribución χ^2 , la curva normal y otras distribuciones, la correlación y regresión múltiples, la correlación parcial, el coeficiente de variación y la desviación típica.

Karl Pearson produjo unas 300 publicaciones en su carrera. Aunque abordó principalmente los estudios sobre la herencia y la evolución, también dirigió investigación en otras áreas como el alcoholismo, debilidad mental, enfermedad mental, tuberculosis, y meteorología y astronomía.

Los libros editados o autorizados por Karl Pearson muestran también su capacidad como profesor y director de investigación. En el periodo de tiempo entre 1922 y 1934 editó volúmenes de las funciones beta incompleta y gamma, así como tablas para el uso de estadísticos y biométricos.

Cuando Galton murió comenzó a trabajar en una biografía en cuatro volúmenes sobre la vida y obra de su amigo, titulada *The Life, Letters, and Labours of Francis Galton*, que le llevó escribirla varios años (1914-1930). Karl Pearson también redactó un obituario de Galton que fue publicado en *Nature* en 1911.

Pero *The Grammar of Science*, publicada en 1892, es quizá la obra maestra de Karl Pearson. Ha sido muy ponderada por todo el mundo científico y filosófico y ha contribuido fuertemente a consolidar el Método Científico tal y como lo conocemos hoy día.

Cuando Galton murió, dejó parte de su herencia a la Universidad de Londres para un puesto de investigación en Eugenesia. En concordancia con los deseos de Galton, Pearson fue el primer ocupante de este puesto, donde formó, con apoyo financiero de la Drapers' Company, un Centro de postgrado para promover el desarrollo de la Estadística como una rama de las Matemáticas Aplicadas, en el que Pearson incorporó el Laboratorio Biométrico y el Laboratorio Galton. Pearson permaneció en el Departamento hasta su retiro en 1933, y continuó trabajando hasta su muerte en 1936.

En el verano de 1933, tras una larga vida consagrada al avance estadístico, Pearson abandonó su trabajo en la Universidad. No hay duda de que las contribuciones de Pearson a lo largo de su vida consolidaron la Estadística como una disciplina por derecho propio.

De los tres líderes de la revolución estadística europea, Karl Pearson, Francis Galton y Edgeworth, probablemente Pearson no fuera el más erudito, pero sí fue el más capaz de comprender y reconocer todo el potencial que subyacía en los trabajos e ideas de Edgeworth y Galton.

Pero Pearson también tenía un carácter muy especial. Era bastante controlador y perfeccionista. En los muchos años que dirigió todo lo relacionado con la Estadística en el University College muchas personas se le unieron, o trataron de hacerlo, pero no siempre fueron las cosas como debieran.

Unas cuantas anécdotas nos servirán para tratar de comprender mejor la personalidad de Karl Pearson. Por ejemplo, cuando su hijo, Egon, se unió al Departamento en 1921 como ayudante, Pearson no le permitió que impartiera

docencia. En lugar de ello tuvo como obligación asistir a las conferencias de su padre. Aunque Egon produjo gran cantidad de investigación en ese tiempo, Karl Pearson escogió todo los temas en los que debía hacerlo. De hecho, Karl Pearson decía quién, qué y cuándo debían enseñar todos y cada uno de los miembros de su Departamento y también escogía los temas en que debían investigar.

Sir Ronald Aylmer Fisher (1890-1962) era bastante más joven que Karl Pearson, pero Pearson fue capaz de reconocer su talento y trató de contratarlo. Aunque el joven estaba interesado en muchos de los temas que caían bajo el dominio de Pearson, se dio cuenta de que si aceptaba la colocación, Karl Pearson controlaría por completo su tarea educativa y sus actividades de investigación, por lo que rechazó la oferta. En lugar de eso, Fisher aceptó un contrato de investigación temporal en Rothamsted Experimental Station.

Fisher descubrió la distribución muestral del coeficiente de correlación, que fue un descubrimiento muy importante y remitió el artículo a Karl Pearson para su posible publicación en *Biometrika*. Pearson lo rechazó, así como su escrito de alegaciones. Fisher juró que nunca más enviaría un escrito a la revista de Pearson. ¡Y lo cumplió!

En una ocasión Karl Pearson tuvo un debate con Jerzy Newman (1894-1981) en el que Jerzy llevaba la razón, pero Karl no quiso reconocerlo. Neyman describió a Pearson como hostil y escéptico, aunque Yule dijo que Karl Pearson sólo se ponía negativo al discutir materias intelectuales.

Major Leonard Darwin (1850-1943), el hijo mayor de Charles Darwin, dijo que Pearson nunca permitiría que se publicara un artículo de investigación cuya información fuera contraria a sus opiniones.

El hecho de que tras la retirada de Pearson el Departamento de matemática aplicada fuera dividido en dos unidades independientes, a una de las cuales se incorporó de inmediato Fisher muestra, por un lado, el importante trabajo soportado por Pearson cuyo apellido continúa siendo uno de los más destacados en el campo de la Estadística pero, por otro, que el personal de su entorno, ya formado, deseaba aires nuevos.

En la Escuela de Pearson destacan una serie de científicos, docentes e investigadores que contribuyeron a la consolidación definitiva de la Estadística. Hablaremos a continuación de algunos de ellos y de otros que, aunque no directamente, fueron estudiosos de las aportaciones de su escuela.

En primer lugar nos vamos a referir al mayor estadístico de todos los tiempos, Fisher, posteriormente a Spearman y Student y finalizaremos con dos de los principales colaboradores de Pearson: Yule y su hijo Egon.

Comencemos por **Fisher**. Éste, tras estudiar enseñanza media en Harrow School, obtuvo una beca para la Universidad de Cambridge, donde alcanzó el Grado de Matemáticas con las máximas calificaciones en 1912. Con una beca otorgada en 1913, Fisher estudió Teoría de Errores, Mecánica Estadística, y Física Cuántica.

Fisher fue dispensado del servicio militar durante la Primera Guerra Mundial por su deficiente vista. De 1915 a 1919 fue maestro de una escuela pública. Durante las dos décadas de 1920 a 1940, tuvo una gran productividad en investigación, publicando tres libros importantes, una colección de tablas y sobre 120 artículos.

Trabajó vocacionalmente como estadístico en la estación experimental de Rothamsted desde 1919. A los pocos días de recibir la oferta de trabajo de Rothamsted, Fisher recibió también otra del Profesor Pearson para incorporarse al Laboratorio de Galton. Los intereses de Fisher siempre habían sido bastante coincidentes con los temas por los que se interesaba el Laboratorio de Galton, y hacía 5 años que había estado en comunicación con Pearson, pero durante ese tiempo éste no valoró su trabajo. Ahora Pearson le hacía una oferta en unas condiciones que le obligaban a impartir la docencia que aquél le señalara y a publicar sólo aquello que también le autorizara. Fisher rechazó la seguridad y el prestigio de un postgrado en el Laboratorio de Galton y aceptó el empleo temporal como estadístico en una pequeña estación experimental agrícola.

Karl Pearson se retiró en 1933, y Fisher ocupó inmediatamente la cátedra de Eugenesia de Galton que había dejado vacante en el University College de Londres. En 1933 Fisher también se convirtió en editor de *The Annals of Eugenics*. En 1943 se incorporó a la Universidad de Cambridge, permaneciendo allí hasta 1957. Fisher fundó la revista internacional *Heredity* en 1947 de la que fue coeditor hasta su muerte en 1962. En 1952 la reina de Inglaterra le nombró caballero. Desde 1959 hasta 1962 Fisher fue el Director de Investigación de la División de Estadística Matemática en la Universidad de Adelaida en Australia, donde murió.

Fisher mostró desde pequeño dos diferencias evidentes con todos los niños de su edad: su precocidad y sus problemas de visión. Es posible que estas dos diferencias, juntas, le condujeran a avances más rápidos en el campo de la Estadística. Durante sus años adultos, en que ya era un científico reputado en solucionar problemas estadísticos, hacía bastantes referencias a un conjunto de n observaciones como un punto en un espacio n -dimensional. Parece ser que Fisher encontraba soluciones

geométricas a los problemas estadísticos más interesantes que las que producían los avances algebraicos, por lo que algunos de sus biógrafos asocian esta habilidad geométrica al hecho de que Fisher tuviera problemas de visión desde su infancia, y había sido capaz de transformar ese déficit en una ventaja. Los avances geométricos le fueron muy ventajosos en los estudios de los modelos estadísticos multivariantes.

La investigación de Fisher en diseños experimentales, que incluye la noción de aleatorización, se considera como una de las contribuciones más importantes para la ciencia. Al igual que los diseños factoriales con grupos independientes, también inventó diseños experimentales en los que se imponen restricciones a la aleatorización. Dos ejemplos son los diseños en bloques aleatorizados y los cuadrados latinos. En general estos diseños tienen mayor potencia y sensibilidad que los diseños con grupos independientes. En lenguaje estadístico, la aleatorización da soporte a la validez interna de un experimento, mientras que la selección aleatoria protege frente a las amenazas de la validez externa, o generalización. Su trabajo en diseño de experimentos está resumido en el libro, *Design of Experiments*, de 1960.

Aleatorización, réplica, y bloques son los principios básicos del diseño experimental introducido por Fisher. La replicación es la principal fuente de la estimación del error, mientras que la aleatorización garantiza que la estimación será insesgada y los bloques incrementan la precisión. La técnica de Fisher produjo una intensa revolución en las aplicaciones y, modificó profundamente la investigación agrícola.

Hay diversas opiniones sobre las diferentes comparaciones múltiples, aunque muchos estadísticos aún miramos con buenos ojos el procedimiento LSD de Fisher (*Least Significant Difference*), siempre que se verifiquen las condiciones usuales del análisis de la varianza.

Fisher creó el análisis de la varianza y el análisis de la covarianza. De hecho, George Waddel Snedecor (1881-1974) que, por ese tiempo, estaba en el Iowa State College, llamó a los cocientes F-ratio en honor de Fisher. Desde entonces estas dos técnicas se usan frecuentemente en los análisis de numerosas investigaciones en Biología, Psicología, Sociología, Agricultura, Educación, Medicina, Economía, Genética, y otras muchas disciplinas.

Fisher ayudó a clarificar el vocabulario y la notación de algunas áreas de la Inferencia Estadística, poniendo fuertemente el acento en que se debe distinguir entre parámetros poblacionales y estadísticos muestrales. Introdujo las siguientes características de los estimadores: suficiencia, consistencia, eficiencia, y estimador de máxima verosimilitud en su publicación de 1925 titulada, *Theory of Statistical*

Estimation, que apareció publicada en *Proceedings of Cambridge Philosophical Society*. Fisher y Student también hicieron grandes aportaciones en las distribuciones exactas en pequeñas muestras, aunque Fisher ignoró la suposición de normalidad, como se puede ver en su libro *Statistical Methods for Research Workers*, publicado en 1925.

Introdujo también la noción de *información estadística*. La idea general es que en cada muestra hay una cierta cantidad de información y, al resumir los datos, se debe minimizar la cantidad de información que se pierda. También creó los tests de aleatoriedad, para dos pruebas independientes y para observaciones apareadas.

Fisher corrigió parte del trabajo de Pearson sobre las tablas de contingencia, estimando los grados de libertad, aunque Pearson nunca quiso reconocer que la modificación hecha por Fisher fuera correcta. También obtuvo la probabilidad exacta para las tablas de contingencia 2x2, así como el test que lleva su nombre: Test exacto de Fisher.

Dio una demostración rigurosa del resultado de Student para el estadístico t , probando cómo se podría utilizar para contrastar diferentes hipótesis estadísticas y, por tanto, dió un tratamiento unificado de muchas de las distribuciones bajo la hipótesis nula. También generalizó el resultado de Student para el caso de varianzas diferentes y tamaños de muestra también distintos, problema del que se habían ocupado anteriormente otros estadísticos, y que hoy se conoce con el nombre de problema de Behrens-Fisher.

Encontró la distribución muestral del coeficiente de correlación, lo que le permitió realizar contrastes acerca del mismo. También analizó la técnica multivariante del análisis discriminante y, para el caso de dos grupos, demostró que existía una fuerte relación entre éste y la regresión múltiple. Introdujo la idea de probabilidad fiducial, relacionada con la estimación por intervalos, superada después por el trabajo de Neyman y Egon Pearson.

Fisher proporcionó también un tratamiento unificado de muchas de las distribuciones importantes que aparecen en los tests de hipótesis

Los métodos de curvas de frecuencias que habían propuesto Edgeworth y Pearson fueron transformados drásticamente por Fisher en una teoría general de inferencia paramétrica, una teoría que fue llevada aún más lejos por las manos de Jerzy Neyman y el hijo de Karl Pearson, Egon.

Sus aportaciones a los diseños experimentales, junto al análisis multivariante de los trabajos de Fisher, crearon una nueva era en la agricultura experimental.

Algunos autores señalan que las investigaciones de Fisher en la genética mendeliana son tan importantes como sus contribuciones en Estadística teórica y aplicada. Apoyándose en la investigación genética existente, Fisher desarrolló una teoría matemática para establecer el principio de selección natural sobre bases más rigurosas que las que Charles Darwin había señalado como causas del cambio evolutivo. Este trabajo aparece en su libro de 1930, *The Genetical Theory of Natural Selection*.

La Eugenesia es el estudio de las posibles mejoras en una raza o una casta, focalizando el tema con frecuencia en los seres humanos. Fisher hizo las funciones de secretario honorario de la *Eugenics Society* y escribió una gran cantidad de revisiones para el *Eugenics Review*. Trabajo que hizo a instancias de Leonard Darwin, uno de los hijos de Charles Darwin.

Siempre trató a sus seguidores con gran respeto, pero fue muy negativo y hostil con los que se le cruzaron científica o filosóficamente en su camino. Esto puede verse en su libro *Statistical Methods in Scientific Inference*, donde se ensaña con sus dos enemigos mortales, Karl Pearson y Jerzy Neyman. El primero, fundamentalmente por el desprecio a su trabajo relativo a los grados de libertad de la χ^2 , mientras que la supuesta ofensa del segundo fue que él y Egon Pearson señalaron un nuevo camino para los intervalos de confianza y los contrastes de hipótesis de más éxito que el de la probabilidad fiducial que había propuesto él, amén de una conferencia que dio Neyman en marzo de 1935 en la Royal Statistical Society titulada *Statistical Problems in Agricultural Experimentation*, que fue considerada por Fisher como una afrenta personal.

Fisher es el mayor estadístico que ha dado la humanidad hasta ahora. Publicó siete libros y casi 300 artículos a lo largo de su vida.

Se han recopilado sus artículos en cinco volúmenes que han sido publicados bajo el título *Collected Papers of R. A. Fisher* (Bennett, 1971). Aparecen en total 294 artículos cuyas fechas de publicación van desde 1912 hasta 1962.

La primera edición de las tablas estadísticas para investigadores, que publicó junto a Yates, *Statistical tables for biological, agricultural, and medical researchen*, fueron publicadas en 1938. Shewart editó también, en 1950, el libro de Fisher *Contributions to Mathematical Statistics*.

El siguiente científico del que nos ocuparemos, y a quien se deben también grandes avances en la Estadística Multivariante y No Paramétrica es **Charles Edward Spearman** (1863-1945), inventor del análisis factorial, cuyos principios

se encuentran ya en los factores latentes de Galton y en los ejes principales de Pearson.

Aunque realizó el doctorado en Leipzig bajo la dirección de Wilhelm Wundt, Spearman se sentía muy influenciado por Galton. Ocupó la cátedra de Psicología en el University College de Londres, después la de Psicología Experimental y, finalmente, la de Mente y Lógica. A pesar de compartir Universidad durante muchos años, Karl Pearson prácticamente ignoró las investigaciones de Spearman.

En sus años de profesor universitario fue el que inició los estudios en tres importantes dominios conductuales y estadísticos: el análisis factorial, la teoría de los dos factores de inteligencia, y la teoría clásica de los test de capacidad mental. Spearman utilizó tanto métodos matemáticos como estudios psicológicos empíricos para comenzar los primeros trabajos en estas tres áreas, probando que había una fuerte relación entre ellas.

Su teoría de inteligencia podría utilizarse para construir un conjunto de tests de habilidad y analizar posteriormente las puntuaciones del test con un análisis factorial. La teoría de los tests mentales se podría utilizar para investigar las propiedades psicométricas de los tests de habilidad. El análisis factorial es, por sí mismo, una forma de estudiar la validez, de construir la validez, y cualquier aproximación a la validación debe correlacionar las puntuaciones experimentales de los test con un criterio externo, como el de los rangos ordenados.

El artículo de Spearman *General Intelligence Objectively Determined and Measured*, de 1904, fue la primera contribución al análisis factorial. La culminación y el punto más brillante de Spearman en su investigación en este tema es *The Abilities of Man: Their Nature and Measurement*, publicado en 1927. Su último trabajo en análisis factorial, que fue completado por Llevellyn Wynn Jones después de su muerte, fue *Human Abilities*, que se publicó en 1995.

Posteriormente tomarían el relevo los miembros de la Escuela estadounidense, como Louis Leon Thurstone (1887-1955) que, en su obra *Multiple Factor Analysis*, plantea un análisis factorial con más de un factor común y se introducen la estructura simple y las rotaciones de factores ya que la existencia de varias dimensiones latentes hacía imposible una ordenación de los individuos en función de su inteligencia. Su análisis permite ubicar las personalidades neuróticas y psicóticas en dimensiones distintas, en contradicción con los principios de los psicoanalistas, que establecían una continuidad entre ambos extremos.

Hay que señalar también que Spearman desarrolló un coeficiente de correlación de rangos que lleva su nombre y que se utiliza bastante para encontrar la posible relación monótona entre dos conjuntos de rangos, mientras que el coeficiente de correlación de Pearson se usa para analizar relaciones lineales entre dos variables. La correlación de Spearman es equivalente a una correlación de Pearson entre dos conjuntos de observaciones que constan de rangos enteros. Se podría decir que la fórmula Pearson es general y considerar la fórmula de Spearman como un caso particular.

Karl Pearson, incapaz de admitir que alguien trabajara por su cuenta en Estadística, publicó una revisión anónima de *The Abilities of Man* de Spearman en la revista *Nature*, en 1927, titulada *The Mathematics of Intelligence* en el que atacaba a Spearman por sus fallos en Matemáticas y Estadística. En ésta y otras publicaciones Pearson criticó la correlación por rangos e invitó a Spearman a escribir un artículo que contuviera pruebas algebraicas de sus ecuaciones que dieran soporte a las afirmaciones no comprobadas. La respuesta de Spearman fue que el modelo de Galton-Pearson ya no se podía utilizar como modelo.

El químico y matemático **William Sealy Gosset (Student)** (1876-1937) estudió en el New College de Oxford.

Nada más finalizar sus estudios, se encontró con que Guinness Brewery había decidido introducir más métodos científicos en su fermentación y estaba interesada en emplear a jóvenes con buenos niveles científicos de Oxford y Cambridge. El resultado fue que emplearon a Gosset como cervecero en su cervecería de Dublín. Su vida profesional está ligada a Arthur Guinness Sons and Company, que lo contrató como químico.

Se cuenta que un investigador de Guinness había publicado un trabajo que contenía secretos industriales de Guinness, por lo que prohibió todo tipo de publicaciones que llevaran el nombre de sus empleados. Gosset usó el pseudónimo de Student para todas sus publicaciones.

Cuando Student empezó a trabajar en Guinness no tenía conocimientos de Inferencia Estadística, aunque sí tenía una buena base en Matemáticas. Cuando vio que en la cervecería existían algunos problemas que precisaban el uso de la Estadística, comenzó a leer libros de Estadística y a usarlos a la manera de “prueba-error”. Sus resultados se encuentran en un informe interno de la compañía que lleva por título *The Application of the Law of Error to the Work of the Brewery*.

Afortunadamente conoció a Karl Pearson que le ayudó. Como consecuencia, Guinness asignó a Student al Laboratory Biométrico de Pearson en el University College de Londres durante el curso académico 1906-1907. Los compañeros de trabajo de Student en Guinness comenzaron a reconocer su habilidad y recurrieron a él para los problemas de análisis de datos y diseños experimentales. Pronto se hizo patente que los diseños de la cervecería debían contener muestras pequeñas, a diferencia de los análisis de muestras grandes que dirigía Karl Pearson en su Laboratorio Biométrico. Student estaba preocupado por los posibles errores de estimación que ocurrirían al estimar las medias poblacionales y las varianzas a partir de los valores muestrales, mientras que en las investigaciones de Pearson los estadísticos muestrales eran esencialmente los mismos que los parámetros poblacionales. La Guinness Brewery le haría preguntas muy prácticas que tendría que tratar de responder lo mejor posible.

Nueve años después de que la Guinness le contratara, Student cambió el semblante de la Inferencia Estadística a partir de la publicación en 1908 de dos artículos en la revista *Biometrika*, uno titulado *The Probable Error of A Mean* (1908a) y el otro *The Probable Error of A Correlation Coefficient* (1908b).

Aunque el trabajo estadístico de Student se podría considerar como sumamente complicado, en realidad se basó en elementos muy sencillos: el término medio, la desviación típica, la varianza y el coeficiente de correlación. La varianza de una suma o una diferencia también aparecía con frecuencia en su trabajo y resaltó el hecho de que en esta última ecuación de las diferencias, era mucho más interesante que la correlación entre las variables fuese grande que intentar reducir la varianza de las dos variables.

Los intervalos de confianza para muestras grandes se construían sin más que conocer la media y varianza muestrales y tener presente las propiedades de la curva normal, pero no ocurría lo mismo para muestras pequeñas. Los siguientes pasos que siguió Student fueron probar el tipo de distribución que seguía la media bajo condiciones de normalidad, después relajar esa condición y, por último, tratar de elegir el mejor estadístico, que, para Student, resultó ser el proporcionado por el método de contraste de hipótesis de Neyman-Pearson, su famosa t . En una carta que envió a Egon Pearson le dijo que la única razón válida para rechazar la hipótesis nula es que alguna hipótesis alternativa sea más probable que fuera cierta. Fisher nunca invocó la noción de una hipótesis alternativa. Por supuesto que, una vez que uno incluye una hipótesis alternativa en el esquema de toma de decisiones, aparecen de inmediato las ideas de errores de Tipo I y de Tipo II y sus probabilidades de

ocurrencia, (α y β), siendo α el nivel de significación y $1 - \beta$ la potencia estadística, que está relacionada con la robustez.

Student logró lo que nadie hasta entonces. Ser amigo tanto de Karl Pearson como de Fisher, aunque nunca quiso incorporarse al mundo académico. Posiblemente esa razón, junto a las apreciadas ideas que expresaba y su poca dedicación al trabajo teórico tuvieron algo que ver en ello.

Los dos discípulos más importantes de Karl Pearson son Yule y su propio hijo, Egon. De sus aportaciones, en conjunto y por separado, nos ocupamos a continuación.

George Udny Yule estudió ingeniería en el University College de Londres y después marchó a Bonn para estudiar física con el prestigioso científico Heinrich Hertz hasta que Pearson le llamó para trabajar a su lado en Londres. Cuando llegó al laboratorio de Pearson podía haberse planteado estudiar matemáticas aplicadas, pero en 1895 era un estadístico consumado.

Sus primeras obligaciones consistieron en ayudar a Pearson a preparar dibujos y diagramas para un libro sobre gráficos que Pearson planteó en junio de 1893 pero que nunca completó.

A Yule se le debe también un ejemplo importante en el largo escrito de Pearson sobre curvas asimétricas. Yule había tropezado con el libro del filántropo Charles Booth (1840-1916) *The Aged Poor*, parte del cual había leído su autor en la Royal Statistical Society en marzo de 1894. Yule había descubierto en su material sobre la pobreza que podría servirle para ilustrar las técnicas que había aprendido de Pearson.

La primera publicación de Yule en Estadística fue *On the Correlation of Pauperism with Proportion of Out-Of-Relief*, publicado en *Economic Journal* en 1895. Entre otras cosas, el escrito desarrolla procedimientos para aplicar técnicas de correlación a las tablas de contingencia bidimensionales. Yule sospechaba que los métodos de correlación no tenían que depender necesariamente de las suposiciones de normalidad. Sabía que era improbable que muchos datos importantes en Economía y en otros campos satisficieran la suposición de normalidad. Su opinión era que la ley normal no era válida para muchas aplicaciones reales de un gran número de disciplinas.

A los 25 años, Yule fue elegido Fellow de la Royal Statistical Society y sirvió lealmente a esta prestigiosa organización durante los siguientes treinta y seis años.

Hizo las funciones de Secretario Honorario, que era una tarea ingrata, fue Presidente de la Sociedad, y le fue otorgada la Medalla de Oro de dicha institución.

En abril de 1896 Yule leyó un largo escrito en la Royal Statistical Society basado en su trabajo sobre la pobreza. La mitad de la presentación fue un manual de instrucción maravillosamente claro sobre las curvas sesgadas de Pearson, y la otra mitad era una aplicación de esas curvas a los datos de la pobreza. El escrito no abrió ningún camino nuevo en la Estadística, pero sí proporcionó la utilización de las técnicas de Pearson de una forma que Pearson no había imaginado, abriéndolas a un público mucho más amplio y aclarando varias proposiciones que habían quedado oscuras en el trabajo de Pearson.

A principios del siglo XX, Yule publicó una serie de artículos sobre correlación y regresión. Su trabajo abrió el camino a los desarrollos multivariantes de Fisher y Harold Hotelling (1895-1973). Durante sus clases de 1902 a 1909 confeccionó unos apuntes que fueron la base de su libro *An Introduction to the Theory of Statistics*, publicado en 1911. Este libro ha servido de texto y consulta desde entonces y se ha traducido a varios idiomas.

Las principales aportaciones de Yule a la Estadística Teórica se refieren a las Series Temporales, Genética Mendeliana, Epidemiología, y correlación y regresión, con especial atención a las tablas de contingencia 2×2 . Yule fue el primero que comprendió que la aplicación del estadístico χ^2 a las tablas de contingencia depende de los grados de libertad $df = (n^\circ \text{ filas} - 1) \times (n^\circ \text{ columnas} - 1)$. Yule no fue capaz de demostrar esta igualdad matemáticamente y lo hizo por simulación.

Fue Fisher quien proporcionó la demostración rigurosa de la proposición de Yule y también corrigió la equivocación de Karl Pearson acerca de los grados de libertad para las pruebas de la bondad de ajuste de la χ^2 .

Aunque Yule fue alumno de Karl Pearson, lo dos disentían en un gran número de asuntos de Estadística: grados de libertad, propiedades de la correlación de rangos de Spearman, las técnicas de correlación aplicables a las tablas de contingencia y los análisis estadísticos de las series temporales. Pearson y Yule fueron buenos amigos al principio, incluso iban juntos de vacaciones, pero después de un tiempo el rencor les separó. Yule dijo de Karl Pearson que sólo era conflictivo en temas intelectuales o formativos. En los demás era un verdadero caballero.

En la literatura científica hay un gran número de términos de investigación que llevan el nombre de Yule. Algunos de ellos son: Distribución de Yule, Proceso de Yule, Correlograma de Yule, Serie autorregresiva de Yule, Coligación de Yule y Q

de Yule, que es una medida de asociación útil para tablas de contingencia 2x2. La Q toma valores de -1 a $+1$ y 0 indica no correlación. Q se expresa como función de la razón de productos cruzados (odds ratio).

Los éxitos que llegaron después de Galton, Edgeworth, Pearson y Yule fueron notables. Sin embargo, más que proporcionar a la Sociología y otros campos una nueva metodología estadística, lo que hicieron fue crear un nuevo campo en la Estadística. La regresión de Galton, tal como terminó de desarrollarla Yule, no fue sólo una adaptación del método de los mínimos cuadrados a un conjunto de problemas diferente. Fue un nuevo método que permitía trabajar con datos multivariantes. Las nuevas leyes de la regresión y la correlación, así como los nuevos métodos, fueron una transformación de lo anterior, no una simple adaptación de ellos.

Finalizamos la escuela de Pearson con su hijo, **Egon Sharpe Pearson** (1895-1980). Egon se graduó en 1914 en el Winchester College, pero dedicó su atención más a la Física y a la Astronomía que a la Estadística. Después de la Primera Guerra Mundial se incorporó a trabajar en el Departamento de su padre en el University College de Londres. Como señalamos anteriormente, Karl Pearson no le permitió impartir docencia al principio y le asignó algunos proyectos de investigación bajo su supervisión. Egon se mantuvo en esta situación desde 1921 hasta 1926 en que comenzó a hacerse cargo de la enseñanza. Su padre no parecía confiar demasiado en los conocimientos de su hijo y Egon, por su parte, estaba impresionado por la sombra de su padre.

Egon admiraba a Fisher por sus aportaciones a la Estadística, pero la rivalidad de Fisher y su padre predispuso a Egon contra Fisher, aunque, al mismo tiempo esa rivalidad le sirvió para comprender que su padre también podía equivocarse.

Egon Pearson se dio cuenta entonces que tenía que salir de debajo de la protección de su padre. Necesitaba desarrollar su propia filosofía de Estadística Matemática y las tres personas que contribuyeron más a ello fueron Student, Fisher y Jerzy Neyman.

Karl Pearson se retiró en 1933 y el Departamento que había gobernado con mano férrea fue separado en dos áreas: El Departamento de Eugenésia, que quedó bajo la dirección de Fisher y el Departamento de Estadística, del que fue director Egon Pearson, que también asumió la dirección de la revista *Biometrika* durante tres décadas.

Un año más tarde Egon contrató a Jerzy Neyman, en parte para acelerar la marcha del proyecto de investigación sobre el que estaban trabajando desde hacía tiempo por correspondencia. Los límites fiduciales de Fisher habían sido el primer modelo de test de hipótesis, pero ellos estaban dispuestos a mejorarlo lo más pronto posible.

Egon Pearson y Student mantenían una buena relación, Student también la tenía con Fisher y Karl Pearson. Student estaba buscando técnicas estadísticas aplicables a muestras pequeñas, pues los diseños experimentales en Guinness Brewery utilizaban muestras pequeñas en las casillas. Por tanto, de la misma forma que Student buscaba información interesante de todos estos estadísticos, también les transmitía sus conocimientos.

Una idea que Student dió a Egon, y que ayudó a avanzar en la investigación de Neyman-Pearson, fue incluir una hipótesis alternativa. En una carta que envió a Egon le señalaba que la única razón para rechazar la hipótesis nula es que alguna de las hipótesis alternativas era más probable que fuera cierta. Una vez que Egon y Jerzy Neyman incluyeron esta hipótesis alternativa, idea que Fisher pasó por alto, aparecieron de forma natural los conceptos como error de Tipo I y error de Tipo II, y sus probabilidades respectivas. Otra idea que dió Student a Egon Pearson fue que había que tener cuidado con la robustez. Student tenía mucho interés en ver lo que ocurría en estudios de variables procedentes de poblaciones uniformes, sesgadas y triangulares. Student estaba convencido de que la presencia de poblaciones alejadas de la normal tendría un impacto mayor en las distribuciones del muestreo cuando los tamaños de muestra fueran pequeños. Sus estudios sobre la cebada o los análisis químicos en su fábrica así se lo revelaban.

Fisher introdujo el concepto de hipótesis nula (H_0). Neyman y Pearson introdujeron la hipótesis alternativa (H_1). Con frecuencia el investigador piensa: No creo en H_0 , por consiguiente creo en H_1 .

En la década de 1930, Jerzy Neyman y Egon Pearson ganaron la partida a Fisher. Debemos mencionar que más tarde Fisher sugirió usar 0.05 para un resultado significativo y 0.01 para un resultado altamente significativo, lo que puede considerarse como una leve concesión sobre la teoría de Neyman-Pearson de test de hipótesis.

A continuación presentamos un esquema que resume el test de significación de Fisher y un resumen similar para el de Neyman-Pearson.

El caso de Fisher lo resumimos así:

1. Establecer H_0 .
2. Elegir el test estadístico, suponiendo que H_0 es cierta.
3. Calcular el test estadístico.
4. Suponiendo que H_0 es cierta, se calcula el p-valor para el test estadístico. El p-valor es el área bajo la curva más allá del test estadístico. Si p es suficientemente pequeño, entonces se rechaza H_0 , en caso contrario no se puede tomar ninguna decisión.

Por otra parte, el procedimiento de Neyman-Pearson es como sigue:

1. Identificar H_1 que, a veces se la denomina hipótesis de investigación. Puede ser direccional (de una cola) o bidireccional (de dos colas). Establecer H_0 .
2. Elegir el test estadístico, suponiendo que H_0 es cierta.
3. Elegir un nivel de significación (α) y, suponiendo que H_0 es cierta, calcule el valor crítico.
4. Calcular el test estadístico. Si $p < \alpha$, se rechaza H_0 y se supone que H_1 es cierta.

Hay que señalar que Fisher no consideró la cuestión de la robustez en su test de hipótesis, y que tampoco discutió el caso de no normalidad en su libro, *Statistical Methods for Research Workers*.

Unas breves palabras para mencionar a un estadístico mucho más conocido o su labor divulgadora. Maurice Kendall (n1907-†1983). Estudió becado en el College de St. John de Cambridge, donde finalizó con la nominación de *Mathematics Wrangler* en 1929 y comenzó a trabajar en el servicio civil del gobierno británico en el Ministerio de Educación en 1930, iniciándose allí en la Inferencia estadística. Su primer trabajo estadístico en el Ministerio fue de tal calidad que le enviaron como estudiante de postgrado a la Royal Statistical Society.

Kendall conoció a Yule en 1935 y se hicieron grandes amigos desde el principio. De hecho, Yule incluyó a Kendall como coautor en las ediciones siguientes de su libro *An Introduction to the Theory of Statistics*.

Kendall publicó *The Advanced Theory of Statistics*. El volumen 1 en 1943 y el volumen 2 en 1946, lo que fue un gran avance en el campo de la Estadística. Estos dos libros proporcionaron un tratamiento integral de la teoría clásica de la Inferencia Estadística.

En 1948 publicó una monografía con el título *Rank Correlation Methods*. Este libro no es un resumen de la situación a aquella fecha de las técnicas de correlación no paramétricas, sino que contiene también varios métodos inventados por él. Por ejemplo, la Tau de Kendall, la Tau Partial de Kendall, y el coeficiente de concordancia de Kendall y sus distribuciones muestrales. Posiblemente escribiera esas obras porque Pearson había muerto o bien porque ya no tenía poder como para impedirlo. De cualquier manera, sus libros siguen siendo un referente aún hoy día.

A partir de entonces ya estaban muy sólidas y firmes las bases de los métodos y técnicas estadísticas. La gran mayoría de los avances se habían realizado en torno a las ciencias de la vida, pero los diferentes campos de aplicación se iban abriendo día a día.

A partir de mediados del siglo XX comienza lo que podemos denominar la estadística moderna. Uno de los factores determinantes fue la aparición de las técnicas multivariantes y sus correspondientes distribuciones, La otra, no menos importante, es la aparición y popularización de los ordenadores.

El centro de gravedad de la metodología estadística se empieza a desplazar hacia las técnicas intensivas de cálculo aplicadas a grandes masas de datos, y se empieza a considerar el método estadístico como un proceso iterativo de búsqueda del modelo ideal.

Las aplicaciones en este periodo de la Estadística a la Economía conducen también a una disciplina con contenido propio: la Econometría. La investigación estadística en problemas militares durante la segunda guerra mundial y los nuevos métodos de programación matemática, dan lugar a la Investigación Operativa

Muchos investigadores ingleses y americanos, fundamentalmente, han hecho sus aportaciones durante los pasados cincuenta años en las diferentes disciplinas y procediendo, como siempre, de muy diversos campos.

LA ESTADÍSTICA, FUNDAMENTO DE LA CIENCIA ACTUAL.

El origen del conocimiento está en la base misma del ser humano. El hombre es un ser, de natural curioso y, desde siempre ha tratado de conocer la realidad que le rodea.

Al principio lo hacía sin método y muchos eran los dioses que participaban allí donde sus entendederas no llegaban pero, a medida que fue avanzando en el conocimiento, a medida que avanzaba el tiempo, los lugares donde no llegaba su mente o imaginación eran cada vez menores.

Muchas de las técnicas que denominamos de sabiduría popular se basan en la observación, durante mucho tiempo, de determinados fenómenos que han dado cierto margen de fiabilidad a las mismas. La historia está llena de estos ejemplos: calendarios, predicciones atmosféricas, mejoría en ciertas enfermedades utilizando unas hierbas determinadas...

Esas serían las primeras necesidades de los seres humanos cuando se asentaron y se convirtieron en agricultores, en lugar de recolectores, y comenzaron a vivir en comunidades mayores que los clanes.

La primera de las formas de conocimiento fue, pues, la observación y la utilización del sentido común. Los avances llegaron hasta donde podían llegar, pues el sentido común, aunque importante en todas las facetas de la vida, no es sistemático, no se fundamenta en una metodología, en general no es comprobable y no hace progresar el conocimiento.

Los griegos lograron sistematizar gran parte de los conocimientos que les habían legado otras civilizaciones y culturas y fueron capaces de, a partir de ciertas *verdades* indemostrables, que denominaban axiomas, construir toda una teoría en determinadas ciencias formales como, por ejemplo, las matemáticas. Toda esta ciencia se obtenía por deducción.

También avanzaron en otras ciencias prácticas a través de la verificación de los resultados empíricos y su aproximación por medio de ciertas fórmulas explícitas recurriendo a un Método Científico primitivo. Generalmente, cada científico poseía el suyo propio.

Tras la oscura etapa de la Edad Media hay un resurgir de la conciencia intelectual del hombre y, ya en la Edad Moderna, va forjándose lo que hoy día conocemos como Método Científico.

El triunfo de la razón como herramienta básica para indagar, descubrir y formalizar el conocimiento presenta, básicamente, dos líneas diferentes de pensamiento: el Racionalismo y el Empirismo.

El Racionalismo atribuye escaso valor a los sentidos y, por tanto, a la experiencia. Trabaja con el método deductivo. A través de unas premisas, supuestas verdaderas

e inmutables, se va deduciendo toda la ciencia. La idea básica sería: «Si esto ocurre bajo estas suposiciones, sucederá siempre». Ese método es básico en la construcción de teorías matemáticas. Los empiristas, por el contrario, son inductivos. Analizan todos y cada uno de los datos de la experiencia y, a partir de ahí, tratan de obtener verdades generales. Sobre estos cimientos se construye todo el armazón de lo que hoy día se conoce como Ciencia y Método Científico.

La Ciencia (del latín: *scientia*: conocimiento) es el conocimiento sistematizado, elaborado mediante observaciones, razonamientos y pruebas metódicamente organizadas.

La ciencia utiliza distintos métodos y técnicas para adquirir y organizar los conocimientos sobre la estructura de un conjunto de hechos objetivos y accesibles a diferentes observadores basándose, además, en un criterio de verdad y en una corrección permanente.

La aplicación de esos métodos y conocimientos conduce a la generación de más conocimiento objetivo en forma de predicciones concretas, cuantitativas y comprobables, referidas a hechos observables pasados, presentes y futuros.

Los científicos utilizamos el término Modelo para referirnos a una descripción de algo, especialmente una que pueda utilizarse para realizar predicciones que se puedan someter a prueba por experimentación u observación. Una Hipótesis es una afirmación que aún no ha sido respaldada o descartada. Una Ley física o Ley natural es una generalización científica basada en observaciones empíricas.

En la vida coloquial, con la palabra *teoría* nos referimos, equivocadamente, a ideas que no poseen demostración rigurosa ni respaldo alguno. En contraposición, los científicos utilizamos esa palabra, generalmente, para referirnos a cuerpos de leyes que realizan predicciones acerca de fenómenos específicos. Una Teoría es un sistema conceptual, comprensivo y explicativo; racional, objetivo y empírico, sobre hechos o algún aspecto de la realidad.

Una Teoría es, por tanto, una proposición provisional que pretende explicar los hechos observados. Es siempre provisional, por estar sometida continuamente a nuevas pruebas que intentan rebatirla.

Las teorías deberían cumplir los siguientes requisitos:

Falsabilidad, es decir, capaz de someterse a pruebas.

Susceptible de modificación.

Relevancia.

Simplicidad.

Cuando se encuentran pruebas en contra, se elabora una nueva teoría, que es mejor que la anterior, y entonces se desecha la primera para admitir la nueva, a la que se le vuelven a buscar nuevas pruebas en su contra y se vuelve a elaborar otra teoría que es a su vez mejor, y así continuamente, se entra en una especie de círculo, que es lo que garantiza el avance de la ciencia.

Las teorías, en principio, no son ni buenas ni malas. De ellas hay que derivar hipótesis que son investigadas y con los resultados, a partir de los datos obtenidos en la investigación, se elaboran nuevas teorías, mejorándolas paso a paso.

Entre las características principales de toda investigación científica cabría destacar las siguientes:

Se basa en el trabajo de otros.

Se puede repetir.

Se puede generalizar a otras situaciones.

Se basa en algún razonamiento lógico y está vinculado a una teoría.

Se puede hacer.

Genera nuevas preguntas o es de naturaleza cíclica.

Es incremental.

Es una actividad que debe emprenderse con el fin de mejorar la sociedad.

En toda investigación hay que seguir un camino, una pauta que, como hemos señalado más arriba, tiene una forma circular, característica del Método Científico.

El Método Científico (del griego: *meta* = hacia, a lo largo y *odos* = camino; y del latín *scientia* = conocimiento; camino hacia el conocimiento) presenta diversas definiciones debido a la complejidad de una exactitud en su conceptualización: “Conjunto de pasos fijados de antemano por una disciplina con el fin de alcanzar conocimientos válidos mediante instrumentos confiables”, “secuencia estándar para formular y responder a una pregunta”, “pauta que permite a los investigadores ir desde el punto A hasta el punto Z con la confianza de obtener un conocimiento válido”. Así el método es un conjunto de pasos que trata de protegernos de la subjetividad en el conocimiento.

Cada ciencia, e incluso cada investigación concreta genera su propio método de investigación. Como método, de forma general, se entiende el proceso mediante el cual una teoría científica es validada o bien descartada. La forma clásica del método de la ciencia ha sido la inducción, formalizada por Francis Bacon (1561-1626) en la ciencia moderna, aunque ha sido muy cuestionada como el método de la

ciencia, (fuera de las ciencias formales), especialmente por Karl Raimund Popper (n1902-†1994), que sostiene que el método de la ciencia es el hipotético-deductivo. En todo caso cualquier Método Científico ha de cumplir los siguientes requisitos:

La reproductividad, es decir, la capacidad de repetir un determinado experimento en cualquier lugar y por cualquier persona. El fundamento de esta idea lo encontramos en la comunicación y publicidad de los resultados obtenidos, generalmente en revistas científicas y revisados por pares.

La falsabilidad, es decir, la capacidad de una teoría de poder ser sometida a potenciales pruebas que la contradigan. Bajo este criterio se delimita el ámbito de lo que es ciencia de cualquier otro conocimiento que no lo sea: Criterio de Demarcación de Karl Popper.

La corroboración experimental de una teoría científicamente “probada”, aún la más fundamental de todas, se mantiene siempre abierta a escrutinio.

En las ciencias empíricas no es posible la verificación; no existe el *conocimiento perfecto*, es decir, *probado*. En las ciencias formales las deducciones lógicas o demostraciones matemáticas, se prueban solamente dentro del marco del sistema definido por unos axiomas y unas reglas de inferencia.

Existen una serie de pasos inherentes al proceso científico que son respetados en la construcción y desarrollo de nuevas teorías. Paso a enumerarlos a continuación y a señalar, en cada caso, la posible aparición de la Estadística en cada uno de ellos:

Observación: El primer paso consiste en la observación de fenómenos a partir de una muestra o de la realidad cotidiana.

Descripción: El segundo paso trata de una detallada descripción del fenómeno, analizando posibles alternativas.

Inducción: La extracción del principio general implícito en los resultados o fenómeno observado. Se trata de establecer un posible modelo teórico que pueda explicar lo que hemos observado.

Aquí interviene ya por primera vez la Estadística. Al imaginar un modelo, ligados a él habrá una serie de posibles sucesos que ocurrirían, más o menos frecuentemente, según sucediera en el fenómeno inicialmente observado. Por tanto, en ese modelo subyacería un espacio probabilístico que proporcionaría las probabilidades de ocurrencia de los diferentes sucesos posibles.

Hipótesis: Planteamiento de las hipótesis que expliquen dichos resultados y su relación causa-efecto. Este paso está muy ligado al anterior. Habría que establecer claramente las hipótesis que se verificarían de ser cierto lo que hemos imaginado.

Experimentación: Comprobación de las hipótesis por medio de la experimentación controlada. Ya en situación controlada, se realizaría el experimento científico que nos proporcionaría los resultados que tendremos que analizar. Lo lógico sería esperar resultados similares a los que teníamos al principio y que nos permitieron elaborar el modelo teórico, pero, por ahora sólo nos limitaremos a ser cuidadosos en la recolección de los datos, bajo las premisas fijadas de antemano.

En este apartado aparece también la Estadística con las nociones de encuesta, si ha lugar, y de los diferentes tipos muestreo que podamos o necesitemos utilizar.

Prueba o refutación de las hipótesis: Éste es el proceso clave del Método Científico y de la Estadística. A través de las técnicas estadísticas apropiadas estimaríamos los parámetros característicos de la población objeto de nuestro estudio y realizaríamos los oportunos contrastes de hipótesis que nos permitirían rechazar o no las hipótesis anteriormente señaladas. Los contrastes de hipótesis estadísticos son intentos de refutación, no de confirmación. Podremos saber, con cierto margen de error, si las hipótesis no son correctas, pero no si son ciertas. Por eso siempre estarán abiertas a nuevas y sucesivas pruebas.

Tesis o teoría científica: Es evidente que una vez concluido el trabajo de campo y el análisis de los datos habrá que elaborar el documento que exponga, apoyándose en todo lo anterior, la teoría correspondiente que siempre podrá ser verificada y sometida a prueba por terceros. Junto a ello habrá de especificarse la bibliografía necesaria para que cualquiera pueda reconstruir la situación siguiendo idénticos pasos.

Comparación universal: Constante contrastación de hipótesis con la realidad.

Conclusiones: Las conclusiones cierran el ciclo hasta que el mismo investigador u otros grupos de investigación provoquen un cambio en el modelo propuesto.

Como vemos, la Estadística se encuentra en el corazón mismo del Método Científico, tal como lo entendemos hoy. Cada día son más las personas que la utilizan para la resolución de sus trabajos de investigación y el *software* estadístico casi se incorpora a los ordenadores personales junto a un paquete ofimático. Bueno, el casi sobra. Con algunas de las herramientas de un famoso paquete ofimático pueden elaborarse estadísticas hasta un nivel medio-avanzado.

Quiero señalar también que la experimentación no es aplicable a todas las ramas de la ciencia (Vulcanología, Astronomía,...) pero la repetibilidad de la observación de los fenómenos naturales es un requisito fundamental de toda ciencia estableciendo las condiciones que, de producirse, harían falsa la teoría o hipótesis investigada.

También hay ciencias, especialmente en el caso de las ciencias humanas y sociales, donde los fenómenos, no sólo no se pueden repetir controlada y artificialmente, que es en lo que consiste un experimento, sino que son, por su esencia, irrepetibles, por ejemplo, la historia.

PANORAMA ACTUAL.

Hay numerosas definiciones para el concepto de Estadística; tantas como libros que escriban sobre ella. Una de las más aceptadas señala que la Estadística es el estudio científico de datos numéricos basados en los fenómenos naturales. Todas las partes de esta definición son importantes y merecen que nos detengamos en ellas, aunque sea brevemente.

Estudio científico: Las estadísticas deben cumplir los criterios de validez de la evidencia científica que consideramos más arriba. Debe ser objetiva en la presentación y en la evaluación de los datos y cumplir el código ético general de la metodología científica.

Datos: La Estadística trata generalmente con poblaciones o grupos de individuos, es decir, con cantidades de información, no con un simple dato. Así, la medida de un solo individuo o la respuesta de una única prueba bioquímica no son de su interés.

Numéricos: A menos que los datos de un estudio puedan ser cuantificados de una manera u otra, no serán útiles para el análisis estadístico. Los datos numéricos pueden ser medidas, (la longitud o anchura de algo, o la cantidad de un producto químico en el fluido del cuerpo de cierto animal, por ejemplo) o cantidades (como el número de hijos o el número de dientes).

Fenómenos naturales: Usamos este término en un sentido amplio para señalar, no sólo aquellos fenómenos de naturaleza animada e inanimada que ocurren sin el control de los seres humanos, sino también los provocados por los científicos y que, en parte, están bajo su control, como ocurre en los experimentos.

En este enfoque, la Bioestadística sería una parte de la Estadística. La que se dedica a temas relacionados con la vida pero, curiosamente, la Estadística comenzó analizando problemas de ciencias de la vida, es decir, como Bioestadística. Recordemos los trabajos de Graunt, que derivaron en otros posteriores que condujeron al estudio de las Estadísticas vitales y a los seguros.

Los trabajos posteriores no se alejaron mucho de esa temática hasta bien avanzado el siglo XX. Por tanto, desde sus inicios hasta esas fechas, e incluso hoy día, la mayoría de las aportaciones sobre métodos y técnicas estadísticas se realizaron a partir de problemas de ciencias de la vida en un sentido amplio, es decir, desde la Bioestadística. No es de extrañar que muchos de los conceptos que se manejan en la Estadística y que, a través de ella, se reflejan en otras Ciencias y Tecnologías, procedan de dichos campos, e incluso conserven nombres relacionados con ellos.

Las técnicas de diseño de experimentos y el uso posterior del genial invento de Fisher, el análisis de la varianza, mantienen conceptos como el diseño en bloques aleatorizados o en cuadrados latinos, cuadrados grecolatinos, o en parcelas divididas, que recuerdan los criterios de parcelación de las siembras que fueron utilizados en su día.

El uso de esta metodología se ha generalizado a todas las ciencias de tal forma que, hasta los modernos conceptos de control de calidad, iniciados por el estadounidense William Edwards Deming (1900-1993) durante y después de la Segunda Guerra Mundial, han sido mejorados por los japoneses Kaoru Ishikawa (1915-1989) y Genichi Taguchi (1924), que han llegado al concepto de Calidad Total utilizando determinados diseños experimentales.

En general, la Genética y, en particular, la Genética de Poblaciones serían difícilmente comprensibles sin el uso de técnicas estadísticas. Baste recordar los primeros trabajos de Galton, Pearson y, más tarde, Fisher. Igual ocurre con la Fisiología y la Bioquímica al tratar de explicar las relaciones causa/efecto entre determinados fármacos y las posibles variaciones de ciertos parámetros característicos; o en Ecología, donde las técnicas multivariantes son de uso cotidiano, etc.

En los campos relacionados con la Producción Animal y Vegetal son fundamentales las técnicas estadísticas, además de las que proporciona la Investigación Operativa.

En Psicología, tras los primeros experimentos controlados realizados por Fechner y el análisis factorial de Spearman, junto a los numerosos coeficientes que trataban de explicar las posibles asociaciones de los factores en tablas de contingencia multivariantes, se produjeron nuevos avances conceptuales. Así, en la obra *Multiple*

Factor Analysis del norteamericano Louis Leon Thurstone (1887-1955) se plantea un análisis factorial con más de un factor común y se introducen la estructura simple y las rotaciones de factores.

Hasta los años sesenta, el análisis factorial era principalmente exploratorio. En esa época nació el análisis factorial confirmatorio que permite confirmar o rechazar hipótesis planteadas en forma de una cierta estructura subyacente.

La existencia de varias dimensiones latentes hacía imposible una ordenación de los individuos en función de su inteligencia, por lo que vinieron en su ayuda las técnicas del Path Analysis o de las Ecuaciones Estructurales del sueco Karl Gustav Jöreskog (1935).

El caso de las tablas de contingencia múltiples se han planteado dos caminos, el Análisis de Correspondencias, del francés Jean-Paul Benzécri (1932) y el de los modelos loglineales, transformándolas en modelos similares a los del análisis de la varianza.

El economista estadounidense Harold Hotelling (1895-1973) generalizó las ecuaciones de regresión múltiple al caso de una variable dependiente multivariante con el Análisis de Correlación Canónica. También aparecen en Economía las técnicas de Segmentación y Tipología, así como las de Panel de Datos.

En Taxonomía, Arqueología, Historia del Arte y otros campos son de especial interés el Análisis Clúster, el Análisis Discriminate y el Análisis de Correspondencias.

Hoy día está en pleno auge el Análisis Exploratorio de Datos y la Minería de Datos, que suelen utilizar técnicas de reducción de dimensionalidad como las proporcionadas por el Análisis de Componentes Principales o la de Escalamiento Multidimensional.

Las técnicas de Reconocimiento de Formas, de las que surgieron algunas de las anteriormente mencionadas, han dado lugar a diferentes técnicas muy utilizadas en Ingeniería y, en muchos casos, compartidas con Medicina.

Las Redes Neuronales, los Algoritmos Genéticos son otras técnicas que, aunque muy utilizadas en otros campos de la ciencia, como su nombre indica, proceden del campo de la Bioestadística.

En Ciencias de la Salud, además de ser muy importantes los estudios de supervivencia, cosa que lo es menos en otras ciencias, aparece también todo un

lenguaje propio y característico, junto a unas estrictas cuestiones de confidencialidad, consentimiento y ética, por la importancia de los temas que trata.

En este campo es donde el avance ha sido más intenso y asumido por el personal sanitario. Desde los primeros intentos de superar los estudios caso a caso y tratar de tener una visión de conjunto, como intentó el médico francés Pierre Charles Alexandre Louis (1787-1872) que, seguidor de Laplace, consideraba la enumeración como sinónimo de razonamiento científico, hasta nuestros días, se han producido cambios sustanciales en Medicina en su relación con la Bioestadística.

El trabajo de Louis, pionero, aunque con pocos datos, provocó tal revuelo en la sociedad científica de su tiempo que la Academia de Ciencias francesa estableció una comisión en 1835 en la que participaron el estadístico Poisson y el médico François Double (1776-1842) que rechazó sus opiniones con el argumento de que el progreso de la medicina estaba en la lógica y no en el análisis numérico.

Después de la idea del hombre medio de Quételet, los debates continuaron con opiniones encontradas, aunque eran minoritarias las que defendían el recurso de la Bioestadística.

Louis Denis Jules Gavarret (1809-1890) insistió con un volumen mayor de datos pero no alcanzaba los niveles de confianza señalados por Poisson del 99,5%. Otros investigadores vinieron en su ayuda, como la profesora estadounidense de medicina Elisha Barlett (1804-1855) el estadístico británico William Augustus Guy (1810-1885) y el oftalmólogo alemán Julius Hirschberg (1843-1925), pero la situación apenas cambió. La opinión dominante era que la medicina era un arte, no una ciencia, y que la cuantificación no era lo importante, sino cada enfermo particular al que había que curar. Además, todavía se desconocía que hay dos tipos de errores ligados a toda decisión y los dos no pueden ser arbitrariamente pequeños a la vez, como demostraron Neyman y Pearson.

Una vez más fueron los ingleses los que provocaron el cambio. En particular se le debe al médico inglés Major Greenwood (1880-1949) que, siendo estudiante, leyó Grammar of Science de Pearson y comenzó a aplicar el análisis estadístico a los datos que consiguió de sus estancias en el hospital de Londres. Nada más finalizar sus estudios de Medicina remitió una publicación a Biometrika, que fue aceptada. Greenwood pensó que su futuro no se encontraba en el ejercicio de su profesión y, a pesar de la opinión contraria de Pearson, decidió dedicarse a aplicar los métodos estadísticos a los datos médicos.

Llamó la atención de la comunidad médica con un trabajo sobre las vacunaciones y el Instituto Lister para Medicina Preventiva creó en 1903 el primer Departamento de Estadística y le dio la dirección. Orientó los trabajos de su Departamento hacia la Epidemiología y la Patología, en contraste con el de Pearson que trabajaba sobre Herencia, Eugenésia y Estadística Matemática.

Dejó el Instituto Lister por un cargo en el Ministerio de Sanidad, pero las raíces ya eran profundas y los métodos estadísticos seguían aplicándose en los hospitales ingleses. Fue elegido Presidente de la Royal Statistical Society en 1934, y le concedieron la Medalla de Oro de dicha Sociedad en 1945.

El estadounidense Raymond Pearl (1879-1940) llevó esas inquietudes a la sociedad médica americana, que fue bastante más receptiva. Estudió en Londres, donde entró en contacto con Pearson y Greenwood y las aplicaciones de la Estadística. A su vuelta a Estados Unidos realizó el doctorado en Biología por la Universidad de Michigan y en 1918 se incorpora como profesor de Biometría y Estadística Vital en la School of Hygiene and Public Health de la Johns Hopkins University y, además, como estadístico en el Johns Hopkins Hospital.

A partir de los trabajos de Fisher sobre aleatorización y los diseños experimentales, la Bioestadística avanza mucho más y, además, surge todo un lenguaje específico que caracteriza la Epidemiología y la Bioestadística en las Ciencias Sanitarias.

El British Medical Research Council promovió el primer ensayo clínico aleatorizado controlado de la historia en 1946 para estudiar el uso de la estreptomocina en la cura de la tuberculosis. En él se pusieron las bases para estudios posteriores y el equipo de investigadores lo constituían tanto médicos como estadísticos, que trabajaron, codo con codo, para llevar a buen término el experimento.

A partir de entonces nadie duda de la necesidad de incluir análisis estadísticos en la mayoría de los trabajos de investigación. Aquellos trabajos de no hace tanto tiempo que consistían en el estudio descriptivo de un caso ya ha pasado a la historia.

Cada vez son más complejos los análisis que se realizan. En las Ciencias de la Salud es habitual tener medidas repetidas, lo que complica bastante las técnicas estadísticas a utilizar y, no pocas veces, hay que modificar técnicas ya descritas en la literatura para ajustarlas a las nuevas necesidades.

Por tanto no es de extrañar que el desarrollo y el nivel de aplicación que ha experimentado la Bioestadística en los últimos años, como herramienta útil y rigurosa en el campo de la investigación en todas las Ciencias Sociales ha sido

espectacular. Incluso la aplicación de técnicas multivariantes se está incrementando día a día, a pesar de su interpretación más compleja y del gran volumen de casos que se han de considerar, pero esto último ya no es un problema. Lo era cuando se imaginaron algunas de estas técnicas a mediados del siglo pasado, pero la irrupción de los ordenadores ha cambiado radicalmente la situación.

Este progreso en el conocimiento y aplicación de la Estadística ha estado estrechamente vinculado al que ha experimentado el área de la computación, que nos ha llevado a una sociedad absolutamente informatizada donde el ordenador se ha convertido en un utensilio personal de uso habitual.

El auge y progreso de la informática, a nivel de software y hardware, ha hecho posible, a su vez, la realización de pruebas estadísticas que, de forma habitual, hubiesen sido muy complejas al manejar grandes volúmenes de información. Al mismo tiempo se han abierto otras nuevas vías de acceder a la información que puedan contener los datos, pues ya no son necesarias las suposiciones previas que habrían de cumplirse para que los resultados de los contrastes realizados fuesen creíbles. Las técnicas de remuestreo, el Análisis Exploratorio de Datos y la Minería de Datos son buenas muestras de ello.

Otro factor asociado a este progreso del conocimiento en el ámbito estadístico, ha sido el cambio de actitud experimentado por los profesionales de todas las áreas de Ciencias y, especialmente, los de las Ciencias de la Salud. De una sociedad en la que los roles y el desempeño de la profesión estaban ajustados a la mera aplicación de los conocimientos adquiridos, hemos evolucionado a una Sociedad Científica donde la investigación ha pasado a formar parte esencial de su labor diaria. El interés por descubrir nuevos procedimientos a través de la experiencia acumulada, ha sido determinante en la necesidad de que todos estos profesionales se vean inmersos en la formación y aprendizaje de técnicas básicas de metodología de la investigación y de algunas más concretas como el análisis de datos.

La mayoría de las personas que tienen responsabilidades empresariales o institucionales y el mundo científico y universitario saben que la Estadística y los Métodos Estadísticos están muy ligados al descubrimiento científico, a las operaciones comerciales, a los gobiernos, a la política social, a la producción y fabricación, a la medicina y a muchos aspectos del comportamiento humano. Y cada día es más importante su papel. Por ejemplo, para la obtención de nuevos medicamentos, en Estados Unidos se obliga a trabajar juntos al personal sanitario privado y a grupos de investigación universitarios especializados en Bioestadística, que han de elaborar, y firmar, los estudios estadísticos rigurosos que han de

acompañar al nuevo medicamento. La Ley fue ratificada el 10 de octubre de 1962 por el presidente Kennedy. No me extrañaría que, tras la presente crisis, ocurra algo semejante en el sistema financiero. De hecho ya hay en Estados Unidos algunos avances en esa dirección y se está trabajando en la obtención de nuevos modelos estadísticos de riesgo. Posiblemente todo esto ha provocado que, al día de hoy, la Estadística sea considerada por los distintos Gobiernos como algo esencial, y que sus principios básicos, deben incluirse en la formación de todo ciudadano.

Por ello no es de extrañar que los planes de estudio de los nuevos Grados, de una u otra forma, incluyan la Bioestadística en el ámbito de la Salud y la Biología, como materia con entidad propia y de auténtica necesidad. Igual ocurre con otros campos científicos, y así también lo ha entendido el legislador; que la Estadística, al igual que otras materias, es transversal y, por ahora, esencial en el desarrollo de toda Ciencia, por lo que aparece en casi todos los ámbitos del conocimiento en todos los países de nuestro entorno. Se pretende, con ello, que un profesional de la Salud, o de cualquier otra Ciencia, que se apoye en la cuantificación y en el estudio empírico de lo que observa a diario, entienda y conozca los conceptos básicos de la Estadística que le permitan profundizar y comprender el fundamento científico de su propia área de trabajo.

La Estadística Matemática no se ocupa hoy día de cálculos, sino de investigación. Algunos profesionales han descrito la Estadística de hoy día como el Método Científico en acción. Aunque hay muchos estadísticos en grupos de investigación ligados a Matemáticas, también los encontramos en Medicina, en Sociología, en Economía y muchos otros campos, desde Ingeniería hasta Psicología y Educación. Fuera de las universidades también trabajan con grandes conjuntos de números los gobiernos, la industria, el sector farmacéutico, el marketing, las telecomunicaciones, los bancos y otras áreas. Todos los gerentes confían en que la Estadística les puede ayudar a interpretar los datos que describen su área de competencia. Estas personas no manipulan ni fórmulas ni símbolos matemáticos, pero usan métodos y herramientas estadísticas para obtener la mayor información posible de los datos. Para que los resultados sean correctos, necesitan tener presente una gran variedad de temas, no matemáticos, sobre la calidad de datos, sobre cómo se recogieron o debían haberse recogido, definiendo el problema, identificando el objetivo más general del análisis, determinando el grado de incertidumbre asociada a la conclusión, etc.

De todo lo anterior se deduce que las estadísticas se aplican en todos los campos que consideremos y en todas las Ciencias. Esto ha tenido un impacto recíproco en el desarrollo de la propia disciplina. A medida que se fueron aplicando los

métodos estadísticos en nuevas áreas, los problemas particulares, los requisitos, y las características de esas áreas condujeron al desarrollo de herramientas y métodos estadísticos nuevos. Más tarde, una vez que se habían desarrollado, estos nuevos métodos y herramientas se generalizaron, encontrando aplicación en otras áreas.

CONCLUSIONES.

A través de este breve paseo por la historia hemos querido mostrar una pequeña parte de los dominios de la historia de la Teoría de la Probabilidad y de la Estadística. Hemos intentado que el repaso de la historia nos muestre claramente los estrechos nexos entre la vida real y la ciencia, y entre ésta y el hombre, a través del hilo conductor de la Estadística. Consideramos que tanto la ciencia, como la historia de su propia evolución son importantes y estamos en la obligación de mostrar la ciencia, no como algo acabado, sino como el estado de un proceso que viene evolucionando desde hace muchos siglos.

La Estadística es una Ciencia. Pero una Ciencia que sirve de apoyo y sustento a todas las demás Ciencias, desde la Economía hasta la Medicina, pasando por la Biología, Educación, Sociología, Ciencias del Deporte, etc.

El uso de la Estadística requiere, habitualmente, de programas de ordenador que suelen tener un entorno amigable. Por consiguiente pueden ser utilizados por profanos. Eso, en principio, no es ni bueno ni malo.

Muchos de nosotros, que no somos médicos, tenemos conocimientos elementales de Medicina y, en no pocas ocasiones, por la experiencia de años anteriores, hasta solemos medicarnos para cosas nada complicadas.

El problema surge cuando es una situación nueva o algo desconocido o, presumiblemente, algo más complicado. Entonces acudimos al médico, al profesional capacitado, bien formado y que, por si fuera poco, disfruta con el ejercicio de su profesión.

En el caso de la Estadística tenemos la misma situación. En no pocas ocasiones problemas en apariencia sencillos son bastante complejos, o bien el usuario desconoce las suposiciones que han de cumplir los datos para poder aplicarles una técnica determinada. En estos casos los resultados obtenidos es muy posible que nada tengan que ver con la realidad que pretendemos conocer.

Por eso, en no pocas ocasiones, las interpretaciones de los resultados de los análisis estadísticos son muy deficientes e irreales. Al médico se acude antes, durante y después de la enfermedad. Para un correcto análisis estadístico hay que acudir al especialista antes, para realizar el diseño, durante, para la recogida de datos, y después, para el análisis e interpretación de los resultados.

Termino reiterando mi agradecimiento al Rector y a su Equipo de Gobierno por haberme honrado con el honor de impartir la primera lección del nuevo curso académico. Este hecho significa para mí el estímulo de considerarme aún más estrechamente unido a todos los miembros de esta Comunidad Universitaria, mi Comunidad Universitaria, a la que llegué hace años cargado de ilusión y esperanza, que aún mantengo viva. Una Comunidad Universitaria que, me consta, sigue comprometida con lo que Unamuno calificó «como uno de los mayores servicios que se pueden prestar a una Nación», entregada de una manera callada y persistente a cultivar lo que él denominó «el heroísmo del trabajo y el culto a la verdad».

He dicho.

BIBLIOGRAFÍA.

- Boulgouris, N. V.; Plataniotis, K. N. & Micheli-Tzanakou, E., Ed.: *Biometrics. Theory, Methods, and Applications*. IEE Press & John Wiley & Sons (2010).
- Camúñez, J. A. & Basulto, J.: *En el alumbramiento de la estadística moderna: John Graunt*. Septem Ediciones(2009).
- Chen, J. Y. & Lonardi, S., Ed.: *Biological Data Mining*. Chapman & Hall/CRC (2010).
- Colton, T.: *Estadística en Medicina*. Savat (1979).
- D' Agostino, R. B., Ed.: *Tutorials in Biostatistics. Vol. 1: Statistical Methods in Clinical Studies*. John Wiley & Sons (2004).
- De Finetti, B.: *Probability, Induction and Statistics: The art of guessing*. John Wiley & Sons (1972).
- De Finetti, B.: *Theory of Probability: A critical introductory treatment*. John Wiley & Sons (1970).
- Fan, J.; Lin, X. & Liu, J. S., Ed.: *New Developments in Biostatistics and Bioinformatics. Vol. 1: Frontiers of Statistics*. Higher Education Press & World Scientific Publishing Co Pte Ltd (2009).
- Freedman, D.A.: *Statistical Models: Theory and Practice*. Cambridge University Press (2009).
- Forthofer, R. N.; Lee, E. S. & Hernandez, M.: *Biostatistics-A Guide to Design, Analysis, and Discovery*. Elsevier Academic Press (2007).
- Foster, J. et al.: *Understanding and Using Advanced Statistics*. Sage Publications (2006).
- Fredman, D. A.: *Statistical Models: Theory and Practice*. Cambridge University Press (2009).
- Geller, N. L., Ed.: *Advances.in.Clinical.Trial..Biostatistics Series*. Marcel Dekker (2004).
- Godin, B.: *Measurement and Statistics on Science and Technology (1920 to the Present)*. Routledge (2005).

- Good, P. I. & Hardin, J. W.: *Common Errors in Statistics (And How to Avoid Them)*. Wiley-Interscience (2003).
- Hald, A.: *A History of Probability and Statistics and Their Applications before 1750*. Wiley, New York (2003).
- Hald, A.: *A History of Mathematical Statistics from 1750 to 1930*. Wiley, New York (2003).
- Hald, A.: *History of Parametric Statistical Inference from Bernoulli to Fisher 1713-1935* Springer (2007).
- Hand, D.: *Statistics. A Very Short Introduction*. Oxford University Press (2008).
- Hsiao, C.: *Analysis of Panel Data*. 2nd. Edition. Cambridge University Press (2003).
- Moyé, L. A.: *Statistical Reasoning in Medicine. The Intuitive P-Value Primer*. 2nd Edition. Springer (2006).
- Engineering Statistics. Handbook*. NIST/SEMATECH e-Handbook of Statistical Methods. <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>, date.
- Pareja, D.: Sobre la historia de la teoría de probabilidades. *Matemática-Enseñanza Universitaria*, No. 14. Marzo, 1980.
- Paulos, J. A.: *I Thik, Therefore I Laugh*. Columbia University Press (2000).
- Raftery, A. E.; Tanner, m. A. & Wells, M. T., Ed.: *Statistics in the 21st Century*. American Statistical Association & Chapman & Hall/CRC (2002).
- Rius, F; Barón, J.; Parras, L & Sánchez, E.: *Bioestadística: Métodos y aplicaciones*. Universidad de Málaga (1984).
- Savage, L. J.: *The Foundations of Statistics*. 2nd Edition. Dover Publications. (1972).
- Scheidel, W.: *Rome and China: comparative perspectives on ancient world empires*. Oxford University Press (2009).
- Seen, S.: *Dicing with Death. Chance, Risk and Health*. Cambridge University Press(2003).
- Simon, S. D.: *Statistical Evidence in Medical Trials. What Do the Data Really Tell Us?* Oxford University Press (2006).

- Sokal, R. R. & Rohlf, F. J.: *Introduction to Biostatistics*, 2nd Edition. Dover Publications (2009)
- Stigler, S. M.: *The History Of Statistics, The Measurement of Uncertainty Before 1900*. The Belknap Press of Harvard University Press (1986).
- Todhunter, I.: *A History of The Mathematical Theory of Probability, From the Time of Pascal to that of Laplace*. MacMillan and Co. (1865).
- Twitchett, D., Loewe, M., and Fairbank, J.K.: *Cambridge History of China: The Ch'in and Han Empires 221 B.C.-A.D. 220*. Cambridge University Press (1986).
- van Belle, G.; Fisher, L. D.; Heagerty, P. J. & Lumley, T.: *Biostatistics: A Methodology for the Health Sciences*. John Wiley & Sons (2004).
- Vittinghoff, E.; Glidden, D. V.; Shiboski, S. C. & McCulloch, C. E.: *Regression Methods in Biostatistics. Linear, Logistic, Survival and Repeated Measures Models*. Statistics for Biology and Health Series. Springer.(2005).
- Williams, R. H. et al.: *Twelve British Statisticians*. Boson Books (2007).
- United Nations. *Principles and Recommendations for Population and Housing Censuses. Statistical Papers: Series M No. 67/Rev.2. p8*. (2008).



Servicio de Publicaciones